АГРОПРОДОВОЛЬСТВЕННАЯ

WWW.APEJ.RU

ЭКОНОМИКА

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ЖУРНАЛ

НАУЧНАЯ ОБЩЕСТВЕННАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ

ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАУКА

АГРОПРОДОВОЛЬСТВЕННАЯ ЭКОНОМИКА

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ЖУРНАЛ

№ 3/2018

www.apej.ru

Нижний Новгород 2018

УДК 338.43

ББК 65.32

А 263

Международный научно-практический электронный журнал «Агропродовольственная экономика», Нижний Новгород: НОО «Профессиональная наука» - № 3 - 2018. - 42 с.

ISSN 2412-2521

Статьи журнала содержат информацию, где обсуждаются наиболее актуальные проблемы современной аграрной науки и результаты фундаментальных исследований в различных областях знаний экономики и управления агропромышленного комплекса.

Журнал предназначен для научных и педагогических работников, преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов с целью использования в научной работе и учебной деятельности.

Все включенные в журнал статьи прошли научное рецензирование и опубликованы в том виде, в котором они были представлены авторами. За содержание статей ответственность несут авторы.

Информация об опубликованных статьях предоставлена в систему Российского индекса научного цитирования – **РИНЦ** по договору № 685-10/2015.

Электронная версия журнала находится в свободном доступе на сайте www.apej.ru (http://apej.ru/2015/11?post_type=article)

УДК 338.43

ББК 65.32

12. **Тиндова Мария Геннадьевна** – кандидат экономических наук; доцент кафедры прикладной математики и информатики (Саратовский социально-экономический институт (филиал) ФБГОУ ВПО РЭУ им. Плеханова). *В полномочия входят организация и/или проведение экспертной оценки статей по проблемам экономико-математического моделирования.*

13. **Шарикова Ирина Викторовна** – кандидат экономических наук, доцент, зав. кафедрой “Бухгалтерский учет, анализ и аудит” (Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И. Вавилова).*В полномочия входят организация и/или проведение экспертной оценки статей общеэкономической направленности.*

14. **Шаталов Максим Александрович** – кандидат экономических наук. Начальник научно-исследовательского отдела (АНОО ВПО “Воронежский экономико-правовой институт”, г. Воронеж), зам. гл. редактора мульти-дисциплинарного журнала «Территория науки». *В полномочия входят организация и/или проведение экспертной оценки статей общеэкономической направленности.*

Оглавление

Мировой АПК

УДК 338.439.62

Водясов П.В. Зарубежный опыт внедрения программ внутренней продовольственной помощи

Foreign experience in the implementation of domestic food aid programs

Водясов П.В.
к.э.н., старший преподаватель кафедры
управления производством и агробизнеса
ФГБОУ ВО «Алтайский государственный аграрный университет»
г.Барнаул, Российская Федерация
Vodyasov P.V.
Candidate of Economic Sciences,
Senior Lecturer of the Department of Production Management and Agribusiness
FSBEI HE Altay State Agrarian University, Russian Federation, Barnaul

Аннотация. *В статье рассмотрен опыт зарубежных стран, в частности Бразилии, по внедрению программ внутренней продовольственной помощи населению. Выделены функции механизма внутренней продовольственной помощи. Проанализирована нормативная правовая база обеспечения продовольственной безопасности в Бразилии. Рассмотрена эволюция механизма внутренней продовольственной помощи. Охарактеризованы отдельно взятые программы продовольственной помощи. Выявлена роль механизма внутренней продовольственной помощи в становлении института обеспечения продовольственной безопасности. Проанализирован эффект от реализация стратегии «Нулевой голод» в Бразилии. Выявлена роль программ продовольственной помощи в структуре государственной поддержки сельского хозяйства в зарубежных странах. Рассмотрена структура государственной поддержки сельского хозяйства в США, охарактеризована доля затрат на реализацию программ внутренней продовольственной помощи. Рассмотрен опыт внедрения механизма внутренней продовольственной помощи в США не в качестве отдельного инструмента поддержки спроса на продовольственном рынке, а в системном сочетании с механизмами бюджетной господдержки производителей сельскохозяйственной продукции и вертикальной интеграции. Проанализированы механизмы поддержки продовольственного обеспечения, базирующиеся на государственном стимулировании спроса на агропродовольственном рынке. Предложено внедрить механизм внутренней продовольственной помощи в Российской Федерации для формирования комплексной системы господдержки отрасли сельского хозяйства, включающей в себя, как инструменты поддержки спроса, так и традиционные механизмы поддержки предложения на отечественном агропродовольственном рынке.*

Ключевые слова: *продовольственная помощь, продовольственная безопасность, продовольственный рынок, государственная поддержка, доступность продовольствия*

Abstract. *The experience of foreign countries, in particular Brazil, on the introduction of programs for domestic food aid to the population is discussed in the article. The functions of the internal food aid mechanism have been described. The regulatory framework for ensuring food security in Brazil was analyzed. The evolution of the mechanism of domestic food aid was considered. Specific food aid programs have been characterized. The role of the mechanism of domestic food aid in the establishment of an institution for ensuring food security was identified. The effect of implementing the "Zero Hunger" strategy of Brazil was analyzed. The role of food aid programs in the structure of state support for agriculture in* *foreign countries was identified. The structure of state support for agriculture in the United States was considered. The share of costs for the implementation of domestic food aid programs has been characterized. The experience of implementing the mechanism of domestic food aid in the US was examined not in relation to a separate instrument for supporting demand in the food market, it was considered in a systemic combination with mechanisms of state support for agricultural producers and vertical integration. Mechanisms for supporting food supply, based on government stimulation of demand in the agro-food market, were analyzed. The mechanism of domestic food aid in the Russian Federation should be introduced to form an integrated system of state support for the agricultural sector, which includes both tools to support demand, and traditional mechanisms to support supply in the domestic agro-food market.*

Keywords: *food aid, food security, food market, state support, food availability*

В зарубежной практике в качестве механизма обеспечения продовольственной безопасности на протяжении многих лет успешно реализуются программы внутренней продовольственной помощи, предусматривающие оказание помощи тем слоям населения, которые не имеют достаточного денежного дохода для потребления пищевых продуктов в необходимых объемах [1]. Одновременно, выполняя функцию обеспечения доступности продовольствия для населения, программы внутренней продовольственной помощи используется и как механизм опосредованной государственной поддержки сельского хозяйства путем формирования платежеспособного спроса на продовольственном рынке [2].

Значительный интерес представляет опыт Бразилии по внедрению программ продовольственной помощи. Долгие годы в этой стране существовал высокий уровень социальной дифференциации по уровню дохода, значительное число людей находилось за чертой бедности и не имело экономической возможности приобретать продукты питания в достаточных количествах. Однако при этом в Бразилии одновременно наблюдалось значительное недоедание и даже голод населения с развитым широкомасштабным производством продовольствия и его экспортом. В 2003 году в Бразилии был взят курс на реализацию стратегии «Нулевой голод» (Fome Zero), которая базируется на реализации ряда крупных программ (Рисунок 1).

Программа денежных субсидий «Семейная дотация» предусматривает предоставление целевых денежных субсидий нуждающимся семьям, живущим в ситуации бедности, на приобретение продуктов питания.

Рисунок 1. Продовольственные программы, реализуемые в рамках стратегии «Нулевой голод»

Национальная программа школьного питания в свою очередь основана на предоставлении питания детям в образовательных учреждениях. А программа прямых закупок продовольствия предусматривает проведение государственных закупок продовольствия у фермеров, в результате чего пищевые продукты распределяются среди местных учреждений в процессе реализации продовольственных программ [3].

Реализация всех вышеперечисленных программ в Бразилии базируется на значительных успехах страны, достигнутых в сфере становления института обеспечения продовольственной безопасности. Так, например, право на здоровое питание и на получение доступа к продовольствию включено в текст Конституции Бразилии. Примечательно, что право на питание в Конституции стоит на одной ступени с другими социальными правами граждан Бразилии, в том числе правом на образование, здравоохранение, труд и жилье.

Реализация прав бразильских граждан на питание основана на действии Органического закона о продовольственной безопасности (LOSAN), на основании положений которого в 2006 г. была сформирована Национальная система продовольственной безопасности (SISAN). Эта система опирается на участие общественности в разработке стратегии продовольственного обеспечения путем формирования общественных Советов по продовольственной безопасности (CONSEA), которые вносят предложения по формированию государственной политики продовольственного обеспечения и мониторингу уровня обеспечения продовольственной безопасности [3].

Успешная реализация стратегии «Нулевой голод» в течение 2004-2009 гг. привела к тому, что в Бразилии выросла доля населения - с 51,3 до 77,9 млн человек (с 29% от общей численности до 42%), имеющего денежный доход, равный одному размеру минимальной зарплаты или превышающий его. В значительной степени уменьшилась численность крайне бедных (на 44%), их доля в общей численности населения страны сократилась фактически вдвое – с 15,1% до 8,4% [2]. В итоге, можно констатировать, что в Бразилии был на практике успешно внедрен механизм внутренней продовольственной помощи, в значительной степени способствующий сокращению доли населения, не располагающего денежными доходами, обеспечивающими экономический доступ населения к продуктам питания.

Впервые механизм внутренней продовольственной помощи был внедрен в США, где разработка и внедрение соответствующих программ начались еще во времена Великой депрессии. Целевая продовольственная поддержка малоимущих слоев населения посредством реализации программ продовольственной помощи стала в то время эффективным механизмом стимулирование конечного потребителя пищевых продуктов, формирования тем самым спроса на продовольственном рынке. В современной истории наибольший темп роста расходов бюджета Минсельхоза Соединенных штатов (United States Department of Agriculture, сокращенно – USDA) на реализацию программ продовольственной помощи пришелся на 2006-2012 гг. Доля затрат на реализацию программ внутренней продовольственной помощи (Food and Nutrition Service) в бюджете Минсельхоза США, составлявшая в 2006 г. 56,1%, выросла в 2012 г. до 75,8%. Другими словами, три четверти всех расходов на поддержку отрасли сельского хозяйства в США осуществляется в рамках реализации программ внутренней продовольственной помощи. В структуре расходов, осуществляемых при реализации программ продовольственной помощи, наибольшая доля (75%) приходится на программу льготной покупки продуктов питания (Supplemental Nutrition Assistance Program, сокращенно – SNAP) [4]. Помимо этого реализуется еще ряд программ (Рисунок 2).

Рисунок 2. Программы внутренней продовольственной помощи (Food and Nutrition Service)

Программы внутренней продовольственной помощи реализуются в США не обособленно, а в системном сочетании с механизмами бюджетной господдержки производителей сельскохозяйственной продукции и вертикальной интеграции, способствующей организации устойчивых цепей поставок по принципу «от поля до прилавка» и «от поля до тарелки». Расчеты, проведенные Минсельхозом США, свидетельствуют о том, что каждый доллар, вложенный в реализацию программ продовольственной помощи, генерирует до 1,8 долларов в экономике в целом. Помимо всего прочего в результате функционирования механизма продовольственной помощи каждый вложенный в реализацию программ миллиард долларов позволяет создавать или поддерживать в экономике страны 18 тысяч рабочих мест, включая 3 тысячи рабочих мест в отрасли сельского хозяйства [6]. Таким образом, в США механизм внутренней продовольственной помощи используется как многоцелевой и многофункциональный инструмент одновременного обеспечения, как социальной, так и физической доступности продовольствия для населения, обеспечиваемой наличием продовольственных ресурсов. Обеспечение социальной доступности достигается посредством формирования гарантированной государством возможности жителей, относящихся к категории малоимущих, приобретать продукты питания. Обеспечение физической доступности происходит через опосредованное стимулирование аграрной сферы путем формирования спроса на сельскохозяйственную продукцию на внутреннем продовольственном рынке.

Как показывает зарубежный опыт, широкое применение нашли программы продовольственной помощи, продовольственного обеспечения, основанные на государственном стимулировании спроса со стороны населения на продукты питания. Такого рода принцип поддержки агропродовольственного рынка и, в частности сельскохозяйственной отрасли, автором предлагается характеризовать как «тянущий». В Российской Федерации на данный момент государственная поддержка аграрной сферы базируется на «толкающем» принципе господдержки, основанном на стимулировании предложения на агропродовольственном рынке [7].

Принципиальная схема, отражающая сущность механизмов господдержки продовольственного обеспечения, основанных на «тянущем» и «толкающем» принципе, проиллюстрирована на рисунке 3.

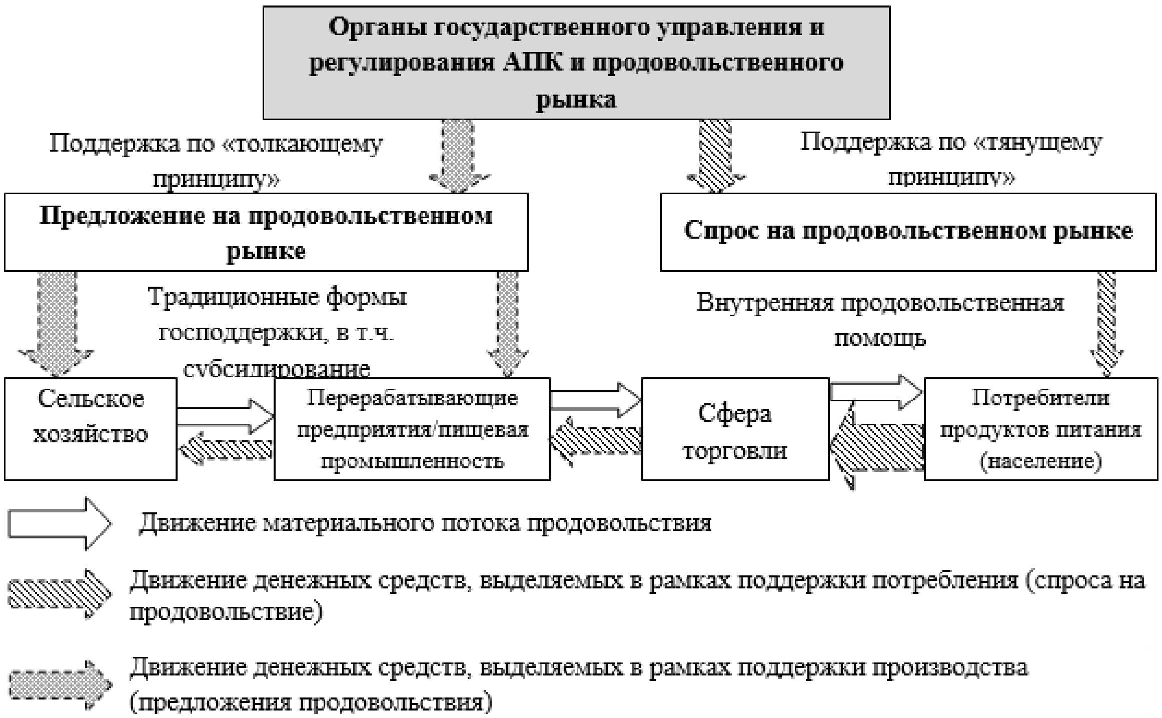


Рисунок 3. Принципиальная структурная схема «тянущего» и «толкающего» механизма государственной поддержки продовольственного обеспечения

Функционирование механизма внутренней продовольственной помощи, основанного на «тянущем» принципе, способствует росту объемов потребления населением пищевых продуктов, а для всех участников агропродовольственного рынка, включая сельхозтоваропроизводителей, обеспечивается гарантированный рыночный спрос в объемах, соответствующих величине денежных средств, выделяемых в рамках программ продовольственной помощи [8]. Таким образом, внедрение механизма внутренней продовольственной помощи и его применение совместно с традиционными механизмами господдержки отрасли сельского хозяйства может стать мощным импульсом для развития российского агропродовольственного рынка.

Библиографический список

1. Водясов П.В. Оценка физической доступности продовольствия для населения региона (на примере Алтайского края) // Экономика и предпринимательство. – 2016. – №4-2 (69-2) – С. 227-230.

2. Миненко А.В. Об уровне потребления пищевых продуктов (на примере Алтайского края) / А.В. Миненко, П.В. Водясов // Продовольственная безопасность, импортозамещение и социально-экономические проблемы развития АПК: материалы международной научно-практической конференции (Новосибирск, 9–10 июня 2016 г.). СибНИИЭСХ СФНЦА РАН. Новосибирск, 2016. – С. 287-291.

3. Марилия Л. Эффективная государственная политика и активная гражданская позиция: Бразильский опыт создания системы продовольственной безопасности. / Л. Марилия, С. Ренато – Бразилиа.: ABRANDH, 2012. – 43с.

4. New Budget (Obligation) Authority by Appropriation Fiscal Years 2006 through 2013, and Estimates for 2014 and 2015 [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: http://www.obpa.usda.gov/budtab/2015newbud.pdf (Дата обращения 11.03.2018)

5. Domestic Food Assistance: Summary of Programs [Электронный ресурс] / CRS report. [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: http://www.fas.org/sgp/crs/misc/R42353.pdf (Дата обращения 11.03.2018)

6. Яшина М.Л. Механизмы внутренней продовольственной поддержки в условиях ВТО / М.Л. Яшина, Т.В. Трескова // Наука и образование: хозяйство и экономика; предпринимательство; право и управление. – 2014. – № 6 (49). – С. 19-24.

7. Рожкова Д.В. Импортозамещение как приоритетное стратегическое направление развития агропродовольственного рынка / Д.В. Рожкова // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2017. – № 3 (149). – С. 176-180.

8. Миненко А.В. Стратегические ориентиры и проблемы реализации государственной инвестиционной политики в аграрном секторе Алтайского края / А.В. Миненко, М.Н. Романов // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2009. – № 2 (52). – С. 56-59.

УДК 33

Кузьмин А.С., Куренная В.В. Анализ и перспективы развития плодово-ягодного подкомплекса АПК

Analysis and prospects for the development of the fruit and berry subcomplex of the agro-industrial complex

Кузьмин Алексей Сергеевич,
территориальный менеджер
ООО ТД «Орион», г. Ставрополь, Россия
Куренная Виктория Витальевна,
кандидат экономических наук,
доцент кафедры экономической теории и экономики АПК
ФГБОУ ВО «Ставропольский государственный
аграрный университет», г. Ставрополь, Россия
Kuzmin Alexey Sergeevich,
territorial manager
OOO TD "Orion", Stavropol, Russia
Kurennaya Victoria Vitalievna,
candidate of economic sciences,
Associate Professor of the Department of Economic Theory and Economics of Agroindustrial Complex
FGBOU VO "Stavropol State
Agrarian University ", Stavropol, Russia

Аннотация. *Плодово-ягодный подкомплекс является важной структурной единицей агропромышленного комплекса страны, включающий совокупность взаимосвязанных отраслей и производств. В контексте Доктрины продовольственной безопасности и экспортоориентированных подходов, ключевой задачей подкомплекса является удовлетворение потребностей внутреннего рынка высококачественными плодами, ягодами, продуктами их переработки и реализация многообразной садоводческой продукции на внешний рынок. В статье рассмотрены особенности развития плодово-ягодного подкомплекса как на национальном, так и на региональном уровнях. Представлена ретроспектива развития подкомплекса Ставропольского края, где выделены основные векторы. Отмечены российские тенденции эволюционирования плодово-ягодного подкомплекса, раскрывающие динамику его функционирования и развития на современном этапе. Выделены нормы потребления пищевых продуктов, отвечающие современным требованиям здорового питания. В работе сделан акцент на перспективах дальнейшего развития подкомплекса в новых экономических условиях; выделены ключевые факторы, способные оказать принципиальное влияние на эволюционирование плодово-ягодного производства в крае: пригородное и масштабное производство ягод с применением механизированного сбора, предназначенных для распределения и переработки в* *других регионах. Это позволит развивать более эффективные межрегиональные и межотраслевые связи, а также способствовать повышению конкурентоспособности плодово-ягодного подкомплекса в целом.*

Ключевые слова: *АПК, растениеводство, плодово-ягодный подкомплекс, рынок, импорт, экспорт.*

Abstract. *Fruit and berry subcomplex is an important structural unit of the country's agro-industrial complex, which includes a set of interrelated industries and industries. In the context of the Food Security Doctrine and export-oriented approaches, the key task of the subcomplex is to meet the needs of the domestic market with high-quality fruits, berries, processed products and the sale of a variety of horticultural products to the foreign market. In the article features of development of a fruit and berry subcomplex both at national, and at regional levels are considered. A retrospective of the development of the subcomplex of the Stavropol Territory is presented, where the main vectors are singled out. The Russian trends in the evolution of the fruit and berry subcomplex are revealed, revealing the dynamics of its functioning and development at the present stage. The norms of consumption of foodstuffs meeting the modern requirements of healthy nutrition are singled out. The work emphasizes the prospects for further development of the subcomplex in the new economic conditions; the key factors that can fundamentally influence the evolution of fruit and berry production in the region are highlighted: suburban and large-scale production of berries with the use of a mechanized collection intended for distribution and processing in other regions. This will allow developing more effective interregional and inter-branch relations, as well as contribute to increasing the competitiveness of the fruit and berry subcomplex in general.*

Keywords: *agrarian and industrial complex, plant growing, fruit and berry subcomplex, market, import, export.*

Плодово-ягодный подкомплекс - это структурное звено АПК, включающее в себя совокупность взаимосвязанных отраслей и производств, главной задачей которого является достижение максимальной эффективности этих структур при условии полного удовлетворения внутреннего рынка высококачественными плодами, ягодами, продуктами их переработки и реализации конкурентной многообразной садоводческой продукции на внешний рынок.

Плоды и ягоды оказывают влияние на процессы пищеварения и обмена веществ. Свежие фрукты и ягоды являются жизненно необходимыми для человека на протяжении всей его жизни. В них содержатся ценные, легкоусвояемые органические кислоты, сахара, витамины, минеральные вещества. Потребление фруктов повышает работоспособность человека и устойчивость к различным заболеваниям.

В современных условиях объем производства плодово-ягодной продукции выступает важным и ключевым показателем в достижении целевых ориентиров продовольственной безопасности регионов. Приоритетом государственной политики развитых стран является рациональное питание людей, с целью обеспечения их трудоспособности и долголетия. Народы северных стран из-за избыточного потребления животных жиров сильно подвержены смертности от сердечно – сосудистых заболеваний, онкологических заболеваний, заболеваний костей и крови [4].

С целью улучшения здоровья и сокращения смертности необходимо увеличить потребление отечественных ягод и плодов, в которых будет наименьшее содержание вредных веществ, имеется возможность контролировать их качество. Отечественная продукция будет более безопасной за счет того, что их не надо так долго хранить. Количество импортных пищевых продуктов в стране не должно превышать 15% [7].

В настоящий момент в России реализуется Доктрина продовольственной безопасности. Плодово-ягодный подкомплекс прямо отнесен к приоритетам второго порядка. Пороговое значение доли отечественной продукции и продовольствия в общем объеме внутреннего рынка для плодово-ягодной продукции Доктриной прямо не установлено, однако по аналогии, мы можем признать не менее 80% (1). Так же в здоровом питании установлены нормы, отвечающие всем требованиям (рисунок 1) [2].

Российский рынок плодовых культур большей частью состоит из импортной продукции. Отечественный рынок плодов и ягод является импортозависимым. Доля отечественной продукции на розничном рынке свежих плодов (без учета бананов) составляет в среднем порядка 25-35% в натуральном выражении.

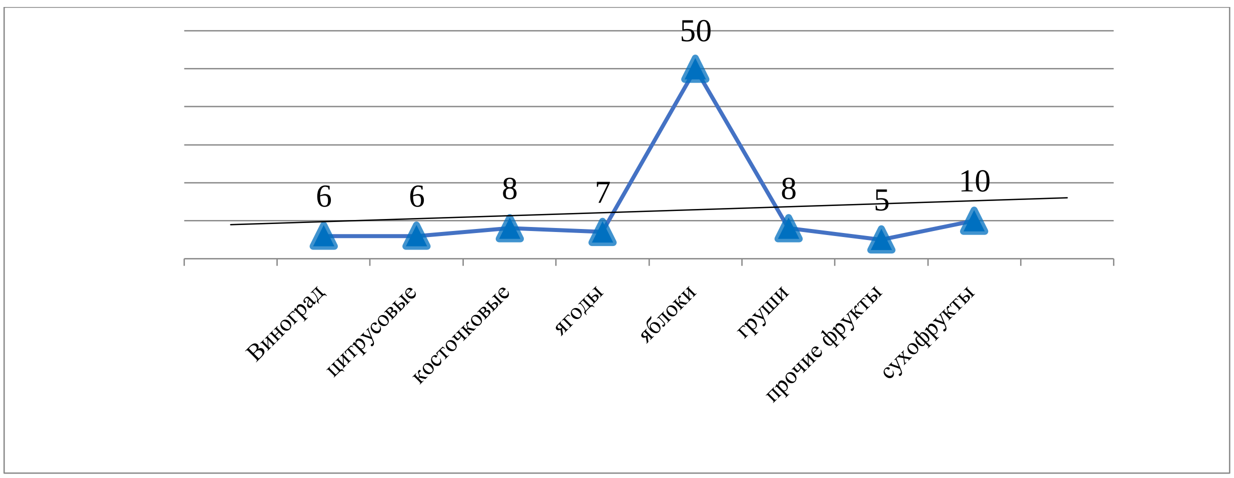


Рисунок 1. Рациональные нормы потребления пищевых продуктов, отвечающие современным требованиям здорового питания, кг/чел./год [2]

Больше всего в Россию импортируется цитрусовых -1,5 млн. тонн, затем идут бананы – 1,2 млн. тонн и на третьей позиции яблоки, груша и айва – 1,1 млн. тонн [5].

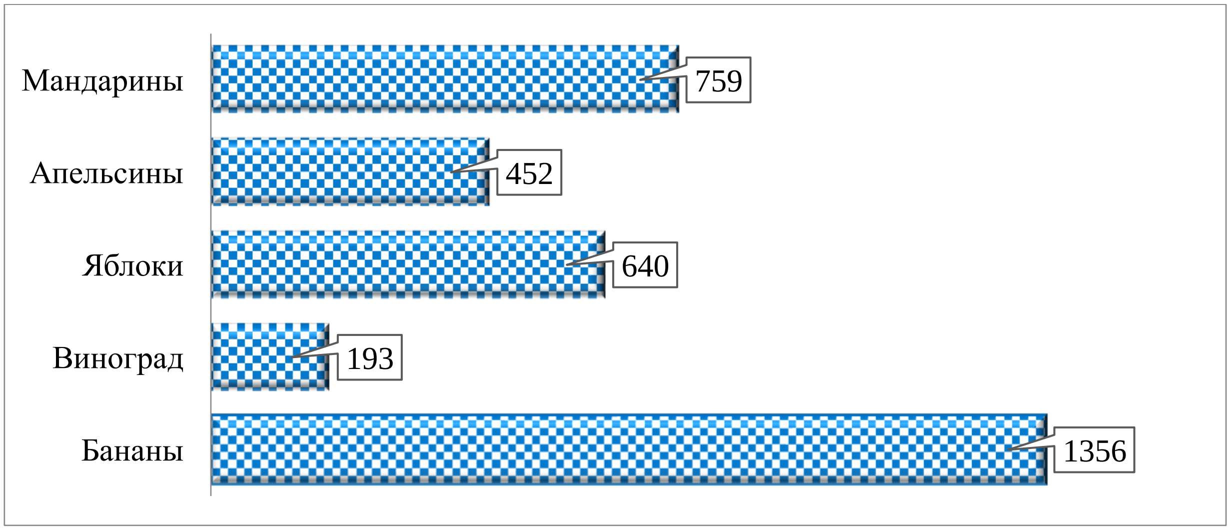


Рисунок 2. Импорт плодовых культур в 2016 г., тыс. тонн [5]

Выращенные в России плоды и ягоды далеко не полностью покрывают потребности населения. Две трети плодово-ягодного рынка в нашей стране занимает импортная продукция. Страны Европы воспринимают отечественный рынок стратегически значимым, так как в России значительно ниже уровень производства и потребления фруктов и ягод (рисунок 3) [14].

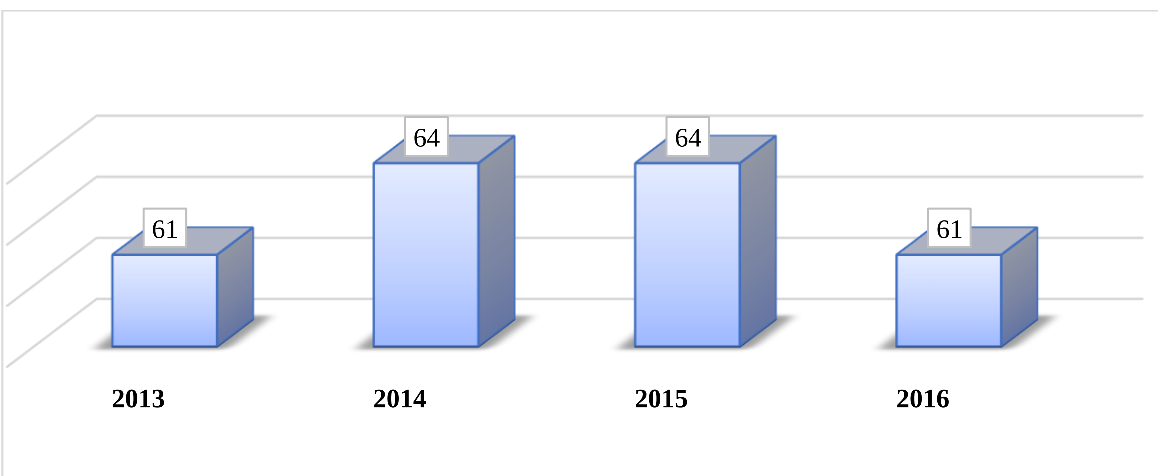


Рисунок 3. Динамика потребления фруктов и ягод, кг/чел./год) [14]

Говоря о региональных тенденциях, необходимо отметить, что плодово-ягодный подкомплекс Ставропольского края является традиционной отраслью, так как природно-климатические условия в целом благоприятны для выращивания большинства плодово-ягодных культур, даже применяя традиционную агротехнику. В статье коснемся вопросов производства тех видов продукции, которые традиционно адаптированы к соответствующим природно-климатическим зонам Ставропольского края, а именно яблоко, груша, вишня.

Абрикос является лидером среди плодовых культур потенциально доступных для промышленного производства, почвенные условия в Ставропольском крае максимально пригодны, однако эта культура в промышленных масштабах не выращивается. Слива так же имеет значительный почвенный потенциал для промышленного выращивания, фактически площадь промышленных сливовых садов в Ставропольском крае составляет 134,8 га. Груша выращивается на площади 122,2 га. Яблоня является более требовательной к почвенным условиям, на практике занимает традиционно лидирующее место среди плодовых культур и выращивается на площади в 2995,8 га [5].

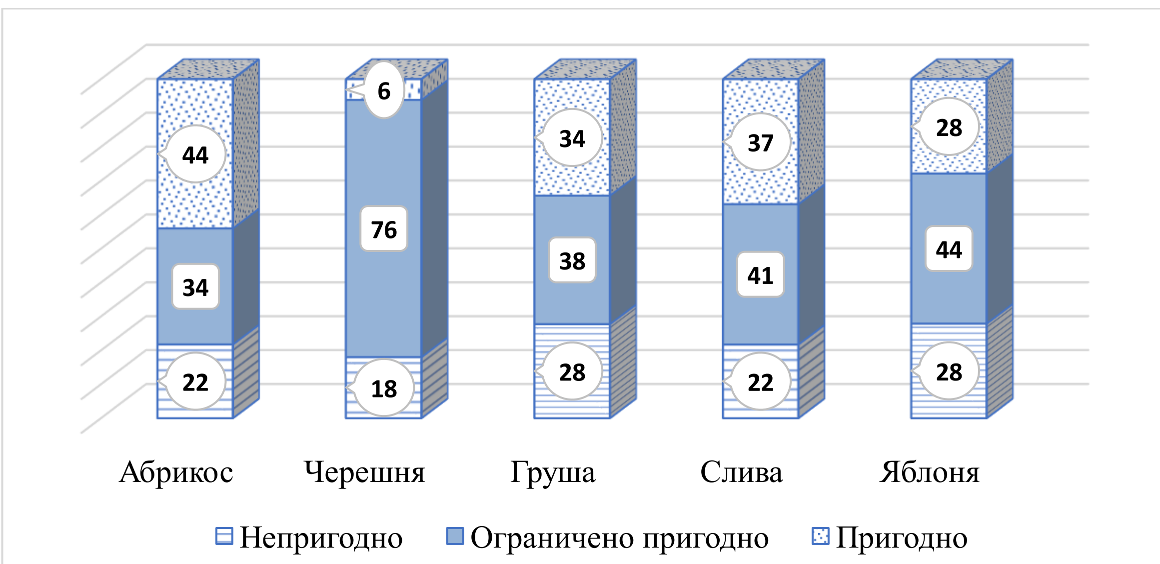


Рисунок 4. Структура пригодности почв Ставропольского края для выращивания основных плодовых культур, % [5]

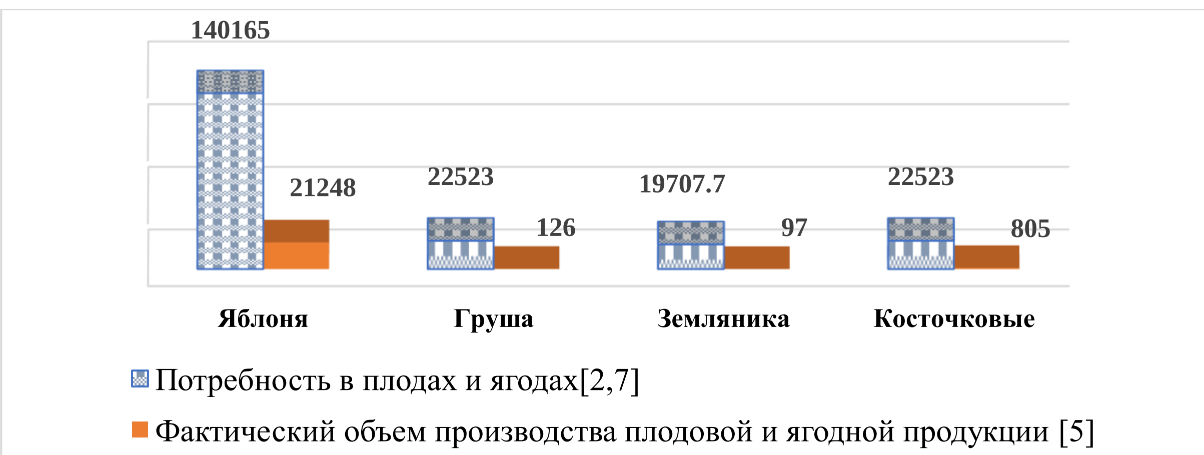
Согласно данных Министерства сельского хозяйства Ставропольского края плодово-ягодный подкомплекс наибольшее развитие получил в период с 1985 по 1990 годы прошлого века. В среднем валовое производство плодов достигало 144 тыс. тонн, при средней урожайности 50 ц/га. Площадь многолетних насаждений при этом составляла 45 тыс. га, в том числе плодоносящих – 28,5 тыс. га. В дальнейшем в подкомплексе отмечались только отрицательные тенденции. С 1990 по 2005 годы площадь многолетних насаждений уменьшилась в 2,9 раза, производство плодов и урожайность, соответственно, в 2,9 и 1,4 раза. На сегодняшний день площадь плодово-ягодных насаждений в крае составляет 11,8 тыс. га.

В 2015 году благодаря проведенной целенаправленной работе с хозяйствами всех категорий производство плодов достигло 57,2 тыс. тонн, что на 17 п.п. выше уровня 2014 года [12].

Показатель обеспеченности жителей Ставрополья собственными плодами и ягодами превышает средний показатель по России и составляет 35 %, а виноградом и винодельческой продукцией на 11 % [13].

В текущих условиях региональный плодово-ягодный подкомплекс переживает системный кризис. Современное состояние плодоводства в РФ и в крае можно признать неудовлетворительным. Так, например, обеспеченность населения плодово-ягодной продукцией согласно рекомендованным рациональным нормам потребления составляет не более 25%. Согласно требованиям здорового питания, разработаны нормы потребления пищевых продуктов. Причем, в части потребления плодов и ягод, предусмотрено около 100 кг продукции на 1 человека в год [2].

При численности населения Ставропольского края на 1 декабря 2016 года в 2803,3 тыс. человек, по данным регионального статистического управления [3], валовой объем потребления плодов и ягод установлен на уровне 280,33 тыс. тонн в год.



*с учетом объемов производства в сельскохозяйственных предприятиях и К(Ф)Х

Рисунок 5. Соотношение потребности в плодово-ягодной продукции с фактическим объемом ее производства в Ставропольском крае [2,3,8] *

В связи с нарастающей продовольственной зависимостью и продолжающимся падением объемов отечественного сельскохозяйственного производства, значимость личных подсобных хозяйств населения особенно в период развивающегося финансового кризиса, значительно возрастает и требует корректировки аграрной политики государства по отношению ко всему аграрному сектору, и, прежде всего, к малым хозяйствующим субъектам [8,9,10].

Ставропольский край по почвенно-климатическим условиям, уровню обеспеченности трудовыми ресурсами обладает достаточным потенциалом для формирования мощного плодово-ягодного подкомплекса, который способен обеспечить свежими ягодами и фруктами жителей не только края, но и других регионов России.

В современных условиях наиболее перспективными направлениями развития плодово-ягодного подкомплекса АПК Ставропольского края являются: пригородное производство ягод земляники, малины и смородины и масштабное производство ягод с применением механизированного сбора, предназначенных для распределения и переработки в других регионах, имеющих конкурентные преимущества. Это позволит развивать более эффективные межрегиональные и межотраслевые связи, а также способствовать повышению конкурентоспособности плодово-ягодного подкомплекса в целом.

Библиографический список

1. Доктрина продовольственной безопасности Российской Федерации (утв. Указом Президента РФ от 30 января 2010 г. № 120).

2. Приказ Министерства здравоохранения РФ от 19 августа 2016 г. № 614 «Об утверждении Рекомендаций по рациональным нормам потребления пищевых продуктов, отвечающих современным требованиям здорового питания».

3. *Айсанов Т. С., Селиванова М. В., Есаулко Н. А. Состояние отрасли производства плодово-ягодной продукции в ставропольском крае // Научные труды государственного научного учреждения северо-кавказского зонального научно-исследовательского института садоводства и виноградарства российской академии сельскохозяйственных наук. 2016. № 10. С.39-42.*

4. *Метлицкий О.З. Современное мировое производство плодов и ягод // Плодоводство и ягодоводство. Сборник научных работ Т.5. 1998. С.20-26.*

5. Савин И.Ю., Овечкин С.В., Драгавцева И.А. Почвенные данные для оценки садопригодности земель Северного Кавказа // Почвенный институт им. В.В. Докучаева Россельхозакадемии (Москва). С.13.

6. Терновых К.С. Формирование инновационной системы регионального АПК / К.С. Терновых, А.А. Измалков // В сборнике: Развитие агропродовольственного комплекса: экономика, моделирование и информационное обеспечение Сборник научных трудов. - Воронеж, 2016. - С. 27-33.

7. James W.P.T.Health polices in relation to the national diet: the role of horticultural industry // East Mailing Research Station. Report for 1984-1985. P. 209-217.

8. https://www.ers.usda.gov/data-products/food-availability-per-capita-data-system/

9. http://stavstat.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_ts/stavstat/ru/statistics/stavStat/population/

10. https://www.vegprice.ru/news/4067-v-2016g-v-stavropolskom-krae-sobrali-685-tys-t-plodov-i-yagod

11. http://www.mshsk.ru/ministries/info/news/7727/?sphrase_id=204960

12. http://www.mshsk.ru/ministries/info/news/7727/

13. http://www.stavikc.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=10360&catid=57&Itemid=157

14. http://ikc.belapk.ru/assets/files/analiz_rynka_plodovoyagodnyh_kultur_ogau_ikc_apk_2017_g..pdf

УДК 330.4

Мамонов О. В. Решение задачи об использовании двух ресурсов для предприятия, выпускающего два вида продукции, с учётом влияния минимальной относительной нормы производства одного вида продукции к другому и минимальной нормы выпуска продукции второго вида

The solution of the problem of using two resources for an enterprise that produces two types of products, taking into account the influence of the minimum relative rate of production of one type of product to another and the minimum rate of output of the second type

Мамонов Олег Владимирович
ФБГОУ ВО «Новосибирский ГАУ»
Mamonov Oleg Vladimirovich
FBGOU VO "Novosibirsk GAU"

Аннотация. *В работе рассматривается математическое обеспечение задачи исследования влияния двух факторов: минимальной относительной нормы производства одного вида продукции по отношению к другому виду и минимальной нормы выпуска второго вида. Поставленная задача для двух видов ресурсов рассматривается как задача линейного программирования, является модифицированной задачей использования ресурсов. Для решения задачи используются коэффициенты модели, определяющие относительный расход ресурсов по каждому виду продукции и относительный расход ресурса на единицу второго вида продукции к первому. Для удобного исследования решения поставленной задачи вводятся понятия предпочтительности ресурсов и видов продукции. Последовательно решается задача от влияния факторов производства на оптимальный выпуск продукции. Сначала рассматривается решение задачи при влиянии обоих факторов производства. По решению прямой задачи определяется решение двойственной задачи. Потом решается последовательно задача при влиянии одного фактора производства, сначала минимальной относительной нормы производства продукции первого вида по отношению ко второму, потом минимальной нормы впуска продукции второго вида. Следующим шагом исследования является решение задачи без влияния факторов на оптимальный впуск продукции. Заканчивается исследование определения разрешимости поставленной задачи при заданных условиях использования ресурсов и влияния факторов производства.*

Ключевые слова. *Задача об использовании ресурсов, задача линейного программирования, модифицированная задача использования ресурсов, минимальная норма выпуска продукции, минимальная относительная норма выпуска продукции одного вида продукции к другому, относительный расход ресурса в производстве одного вида продукции к другому, относительный расход одного ресурса ко второму ресурсу в производстве данного вида продукции, оценка влияния фактора на доход предприятия, отношение запасов* *ресурсов, отношение дохода продукции одного вида к другому, отношение предпочтение ресурсов в впуске продукции данного вида, предпочтение использования ресурса в выпуске двух видов продукции, предельная полезность ресурса, дефицитный ресурс, избыточный ресурс, неразрешимость задачи о влияния факторов производства.*

Abstract. *The paper considers the mathematical support of the problem of investigating the influence of two factors: the minimum relative rate of production of one type of product in relation to another type and the minimum rate of output of the second type. The task for two types of resources is considered as a linear programming task, it is a modified task of using resources. To solve the problem, the coefficients of the model are used that determine the relative consumption of resources for each type of product and the relative resource consumption per unit of the second type of product to the first. For a convenient study of the solution of the problem posed, the concepts of the preferences of resources and types of products are introduced. The problem is solved consistently from the influence of factors of production on the optimal output of products. First, we consider the solution of the problem under the influence of both factors of production. The solution of the direct problem determines the solution of the dual problem. Then the problem is solved successively under the influence of one factor of production, at first the minimum relative rate of production of the first type with respect to the second, then the minimum rate of admission of products of the second type. The next step in the study is to solve the problem without affecting the factors involved in the optimal intake of products. The investigation of the definition of the solvability of the task in question is completed under given conditions for the use of resources and the influence of production factors.*

Keywords. *The task of using resources, the task of linear programming, the modified task of using resources, the minimum rate of output, the minimum relative rate of output of one type of product to another, the relative resource consumption in the production of one type of product to another, the relative expenditure of one resource to the second resource in production of this type of product, an assessment of the influence of the factor on the enterprise's income, the ratio of the resource reserves, the ratio of the income of production of one type to another, the ratio preference of resources in the intake of this type of product, the preference of resource use in the production of two types of products, the marginal utility of the resource, scarce resource, excessive resource insolubility of the problem of the influence of factors of production.*

Введение

Исследования оптимизации производства при потреблении ресурсов используются математические методы, в частности используется задача об использовании ресурсов. Не только потребление ресурсов влияет на оптимальный план производства, возможно влияние различных факторов, как внешних, например, условия реализации продукции и закупка ресурсов предприятиям, так и внутренние, связанные с особенностями производства продукции. В статье [1] рассмотрено влияние на производство продукции таких факторов, как минимальная относительная норма впуска продукции A_1 к продукции A_2 и минимальная норма выпуска продукции A_2. В качестве производителя рассматривается предприятие, выпускающее два вида продукции, использующее два вида ресурсов. В качестве факторов, которые могут оказывать влияние на выпуск продукции, выбираются минимальные нормы: минимальная относительная норма впуска продукции A_1 к продукции A_2 и минимальная норма выпуска продукции A_2. Полное исследование потребления ресурсов в подобном производстве, без влияния других факторов рассматривается в работе

[2], в которой сформулирована задача об использовании двух ресурсов предприятием, выпускающим два вида продукции. В [1] сформулирована задача влияния двух указанных факторов и построена её модель, как модифицированная модель задачи об использовании ресурсов, которая также является задачей линейного программирования. Исследование влияния внешних факторов, таких, как спрос, рассмотрены в статьях [3] и [4]. В данной работе приведено математическое обеспечение решения задачи об использовании ресурсов с учётом влияния названных факторов, использованы математические методы её решения.

1. Постановка задачи о влиянии факторов на выпуск продукции и анализ коэффициентов модифицированной модели

1.1. Постановка задачи о влиянии факторов

Сформулируем задачу, которая рассматривалась в [1].

Пусть предприятие производит два вида продукции A_1 и A_2, используя два ресурса вида R_1 и R_2. Запас ресурса R_1 на предприятии равняется b_1 единиц, ресурса R_2 – b_2 единиц. Расход ресурсов на единицу продукции вида A_1 равняется a_{11} единицы для ресурса R_1 и a_{21} единицы для ресурса R_2. На единицу продукции A_2 расходуется a_{12} единиц ресурса R_1 и a_{22} единиц ресурса R_2.

По технологическим условиям продукции вида A_1 должно производиться по крайней мере в β_0 раза больше, чем продукции вида A_2, а минимальная норма производства продукции A_2 равна n единиц.

Перед предприятием ставится цель: определить план выпуска продукции, при котором оно получит максимальный доход, если доход от реализации продукции вида A_1 составляет c_1 руб., а продукции вида A_2 составляет c_2 руб.

Модифицированной модель задачи об оптимальном использовании ресурсов в виде пары двойственных задач линейного программирования с параметрами b_1, b_2, β_0 и n имеет вид, который сформулирован ниже в виде пары двойственных задач.

Прямая задача представляется в следующем виде.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & \le b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & \le b_2 \\ x_1 & -\beta_0 x_2 & \ge 0 \\ & x_2 & \ge n_1 \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0$$

$$Z = \quad c_1x_1 \quad +c_2x_2 \quad \to max$$

Для прямой задачи составляем двойственную задачу. $\begin{cases} a_{11}u_1 & +a_{12}u_2 & +u_3 & & \geq c_1 \\ a_{11}u_1 & +a_{22}u_2 & -\beta_0 u_3 & +u_4 & \geq c_2 \end{cases}$

$u_1 \geq 0 \quad u_2 \geq 0 \quad u_3 \leq 0 \quad u_4 \leq 0$

$W = \quad b_1u_1 \quad +b_2u_2 \qquad +nu_4 \quad \rightarrow min$

Для сформулированной задачи линейного программирования найти решения пары двойственных задач в зависимости от параметров задачи: b_1, b_2, β_0 и n.

Анализ решения задачи будем проводить в зависимости от влияния факторов производства. Сначала рассмотрим производства, когда на выпуск продукции влияют оба фактора, потом только одного, после этих вариантов производства рассмотрим производство, когда влияние на оптимальный план факторов производства не наблюдается. Завершим исследование изучением вопроса разрешимости задачи при заданных условиях.

Для анализа решения задачи используем коэффициенты модели, которые рассмотрим ниже.

1.2. Анализ коэффициентов модифицированной модели

Опредепределим коэффициенты в модели, с помощью которых будем рассматривать решение задачи при различных значениях параметров. Эти коэффициенты также были предложены и в работе [1], и в работе [2].

Первая группа коэффициентов – это коэффициенты, определяющие относительный расход для каждого ресурса в производстве продукции вида A_2 к продукции A_1, коэффициент k_1 равный отношению $\frac{a_{12}}{a_{11}}$, коэффициент k_2 равный отношению $\frac{a_{22}}{a_{21}}$.

Вторая группа коэффициентов – это коэффициенты, определяющие относительный расход ресурсов R_1 и R_2 в производстве каждого вида продукции, коэффициент β_1 равный отношению $\frac{a_{21}}{a_{11}}$, коэффициент β_2 равный отношению $\frac{a_{22}}{a_{12}}$. По умолчанию положим, что $\beta_1<\beta_2$.

В третью группу коэффициентов включим отношение дохода от реализации единицы продукции вида A_2 к доходу от реализации единицы продукции вида A_1, коэффициент k равный отношению $\frac{c_2}{c_1}$, и отношение запасов ресурсов вида R_2 и R_1, коэффициент β, равный отношению $\frac{b_2}{b_1}$.

В [2] доказывалось, что если $\beta_1<\beta_2$, то $k_1<k_2$. Поэтому по умолчанию будем полагать, что и $k_1<k_2$.

Случай, когда $\beta_1=\beta_2$ ($k_1=k_2$) приводит к задаче использования одного ресурса. Этот вопрос рассматривался в работе [5].

1.3. Отношение предпочтения выпуска продукции и использования ресурсов

Определим отношение предпочтения для видов продукции при использовании данного вида ресурса и отношение предпочтения использования ресурсов для данного вида продукции. Эти отношения полезно использовать при исследовании производства продукции как с влиянием факторов производства, так и без их влияния.

Пусть для данного ресурса k_0 – коэффициент расхода ресурса на продукцию A_2 по отношению к A_1. Будем говорить, что для предприятия выпуск продукции A_1 предпочтительнее, чем A_2, если $k<k_0$. Если $k>k_0$, то будем говорить, что выпуск продукции A_2 предпочтительнее, чем A_1. При $k=k_0$, предпочтение между видами продукции нет.

Пусть для данного вида продукции $\beta^{(0)}$ – коэффициент пропорциональности расхода ресурса R_2 на продукцию данного вида относительно ресурса R_1. Будем говорить, что для предприятию в производстве данного вида продукции использование ресурса R_1 предпочтительнее, чем R_2, если $\beta<\beta^{(0)}$. Если $\beta>\beta^{(0)}$, то будем говорить, что в производстве данного вида продукции использование ресурса R_2 предпочтительнее, чем R_1. При $\beta=\beta^{(0)}$, предпочтение между видами ресурсов нет.

Целесообразность использования отношение предпочтения рассматривалось в статье [4], где определялись коэффициенты оценки полезности ресурсов в производстве каждого вида продукции y_{ij}. Этот коэффициент равен отношению $\frac{c_j}{a_{ij}}$, где c_j – доход от реализации единицы продукции вида A_j, a_{ij} – удельный расход ресурса R_i на продукцию A_j.

2. Выпуск продукции, когда наблюдается влияние двух факторов

Рассмотрим оптимальное решение пары двойственных задач, когда наблюдается влияние обоих рассматриваемых факторов, и минимальной относительной нормы β_0, и минимальной нормы n. Тогда продукция A_2 выпускается в количестве n, а продукция A_1 – в количестве $n\beta_0$. Оптимальный план выпуска продукции будет $X^*=(n\beta_0; n)$. Дополнительные переменные ограничений факторов равны $y_3^*= y_4^*=0$. Вычислим максимальный доход предприятия: $Z_{max}=c_1\beta_0 n + c_2 n$. Так как $c_2 = c_1 k$, то $Z_{max}=c_1 n(\beta_0 + k)$.

Решение задачи также определяется статусами используемых ресурсов. Возможны три варианта статусов. Первый вариант – оба ресурса являются дефицитными. Второй вариант – ресурс R_1 дефицитный, а ресурс R_2 избыточный. И третий вариант – наоборот, ресурс R_2 дефицитный, ресурс R_1 избыточный. Последовательно рассмотрим все три варианта.

2.1. Оба ресурса дефицитные

Пусть производство определяется двумя дефицитными ресурсами. Они расходуются при оптимальном плане полностью, потому их остатки равны нулю: y_1*=y_2*=0. Для всех ограничений задачи получаем, что y_1*=y_2*=y_3*= =y_4*=0. Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & = b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & = b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & = 0 \\ & x_2^* & = n \end{cases}$$

. Из этих уравнений следует, что запасы ресурсов равны минимальным количествам, чтобы выпустить продукцию по технологическим нормам: $b_1 = b_{01}$, $b_2 = b_{02}$.

Перейдём к решению двойственной задачи. Так как объёмы выпускаемой продукции при оптимальном плане не равны нулю, то оба ограничения двойственной задачи являются равенствами:
$\begin{cases} a_{11}u_1^* & +a_{12}u_2^* & +u_3^* & & = c_1 \\ a_{11}u_1^* & +a_{22}u_2^* & -\beta_0 u_3^* & +u_4^* & = c_2 \end{cases}$. В первом уравнении выразим u_3* через u_1* и u_2*: $u_3^* = c_1 - a_{11}u_1^* {-} a_{21}u_2^*$. Подставим выражение для u_3* во второе уравнение: $a_{12}u_1^* + a_{22}u_2^* - \beta_0(c_1 - a_{11}u_1^* {-} a_{21}u_2^*) + u_4^* = c_2$.

В полученном уравнении выражаем u_4* через u_1* и u_2*: $u_4^* = c_2 + c_1\beta_0 - a_{12}u_1^* - a_{22}u_2^* - \beta_0 a_{11}u_1^* - \beta_0 a_{21}u_2^*$. Так как $c_2 = kc_1$, то
$u_4^* = c_1(\beta_0 + k) - u_1^*(a_{12} + a_{11}\beta_0) - u_2^*(a_{22} + a_{21}\beta_0) = c_1(\beta_0 + k) - a_{11}u_1^*(k_1 + \beta_0) - a_{21}u_2^*(k_2 + \beta_0)$. Положим, что u_1*=$\frac{c_1}{a_{11}} \cdot \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t$, u_2*=$\frac{c_1}{a_{21}} \cdot \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s$, тогда $u_4^* = c_1(\beta_0 + k)(1 - t - s)$. Так как u_1*≥0 и u_1*≥0, то t≥0 и s≥0.

Подставим u_1* и u_2* в первое уравнение: $u_3^* = c_1 - c_1 \cdot \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t {-} c_1 \cdot \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s$=$c_1\left(1 - \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t - \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s\right)$.

Так как $u_3^* \leq 0$ и $u_4^* \leq 0$, то $1 - t - s \leq 0$ и $1 - \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t - \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s \leq 0$. Из этих неравенств получаем условия для s и t:

$$\begin{cases} t + s & \geq 1 \\ \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s & \geq 1 \end{cases}.$$

Рассмотрим системы в зависимости от значений параметра k.

Если $k \leq k_1$, то $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t \leq \frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k_1} \cdot t = t$ и $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot s < \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_2} \cdot s = s$. Тогда, при $k \leq k_1$ для переменных s и t, при значениях $t \geq 0$, $s \geq 0$, справедливо утверждение: если $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s \geq 1$, то $t + s \geq 1$. Поэтому для переменных s и t выполняются условия: $t \geq 0$, $s \geq 0$ и $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s \geq 1$.

Теперь пусть $k_1 < k < k_2$, тогда $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t > \frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k_1} \cdot t = t$, а $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s < \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_2} \cdot s = s$. Ограничения определяются в зависимости от значения t.

Найдём точку пересечения прямых $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s = 1$ и $t + s = 1$ на плоскости tOs. Из второго уравнения выразим s через t: $s=1-t$. Подставим s в первое уравнение: $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot (1-t) = 1$. Находим t: $t\left(\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} - \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2}\right) = 1 - \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \rightarrow t(\beta_0 + k)\frac{k_2-k_1}{\beta_0+k_1} = k_2 - k \rightarrow t = \frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$. Выражение $\frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$ обозначим t_0 $\left(t_0 = \frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1}\right)$.

Найдём для t_0 значение параметра s: $s = 1 - \frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$. Тогда: $s = \frac{(\beta_0+k)(k_2-k_1)-(\beta_0+k_1)(k_2-k)}{(\beta_0+k)(k_2-k_1)} \rightarrow s = \frac{\beta_0(k_2-k_1)+k(k_2-k_1)-\beta_0(k_2-k)-k_1(k_2-k)}{(\beta_0+k)(k_2-k_1)} \rightarrow s = \frac{\beta_0(k-k_1)+k_2(k-k_1)}{(\beta_0+k)(k_2-k_1)} \rightarrow s = \frac{(\beta_0+k_2)(k-k_1)}{(\beta_0+k)(k_2-k_1)}$. Выражение $\frac{(\beta_0+k_2)(k-k_1)}{(\beta_0+k)(k_2-k_1)}$ обозначим s_0 $\left(s_0 = \frac{(\beta_0+k_2)(k-k_1)}{(\beta_0+k)(k_2-k_1)}\right)$.

Итак, решение системы неравенств можно записать так:

при $0 \leq t \leq \frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$ параметр $s \geq \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k} - \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1} t$;

при $\frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1} \leq t \leq 1$ параметр $s \geq 1$;

при $t \geq 1$ параметр $s \geq 0$.

Рассмотрим случай, когда $k \geq k_2$. Тогда $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t \geq \frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k_1} \cdot t = t$ и $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot s \geq \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_2} \cdot s = s$. Для переменных s и t, когда они принимают значения $t \geq 0$, $s \geq 0$, справедливо утверждение: если $t + s \geq 1$, то $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s \geq 1$. Для переменных s и t выполняются условия: $t \geq 0$, $s \geq 0$ и $t + s \geq 1$.

2. 2. Ресурс R_1 дефицитный, ресурс R_2 избыточный

Теперь положим, что только ресурс R_1 дефицитный. Он расходуется полностью, его остаток равен, а остаток ресурса R_2 больше нуля: y_1*=0, y_2*>0. Для всех ограничений задачи получаем, что y_1*=y_3*=y_4*=0, y_2*>0. Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений и неравенства:
$\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & = b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & > b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & = 0 \\ & x_2^* & = n \end{cases}$. Значение запаса ресурса R_1 равно b_{01}. Остаток ресурса R_2 равен y_2*=$b_1\left(\beta - \beta_1 \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1}\right)$. Для отношения запасов ресурсов β выполняется условие $\beta > \beta_1 \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1}$.
Объёмы выпускаемой продукции, как и в пункте 2. 1, не равны нулю. Оба ограничения двойственной задачи являются равенствами. Так как остаток ресурса R_2 не равен нулю, то его предельная полезность равна нулю (u_2*=0). Решение двойственной задачи определяется системой уравнений: $\begin{cases} a_{11}u_1^* & +u_3^* & & = c_1 \\ a_{12}u_1^* & -\beta_0 u_3^* & +u_4^* & = c_2 \end{cases}$. В первом уравнении выразим переменную u_3* и подставим во второе уравнение. Из первого уравнения: $u_3^* = c_1 - a_{11}u_1^*$. Подставляем во второе уравнение: $a_{12}u_1^* - \beta_0(c_1 - a_{11}u_1^*) + u_4^* = c_2$. Выражаем u_4* через u_1*: $u_4^* = c_2 + c_1\beta_0 - a_{12}u_1^* - \beta_0 a_{11}u_1^*$. Так как $c_2 = kc_1$, то $u_4^* = c_1(\beta_0 + k) - u_1^*(a_{12} + a_{11}\beta_0) = c_1(\beta_0 + k) - a_{11}u_1^*(k_1 + \beta_0)$.
Положим, что оценка предельной полезности ресурса R_1 равна u_1*=$\frac{c_1 t}{a_{11}}$, тогда оценка влияния минимальной относительной нормы равна u_3*=$-c_1(t-1)$, где $t \geq 1$, а оценка влияния минимальной нормы впуска продукции вида A_2 равна u_4*=$-c_1(t(\beta_0 + k_1) - \beta_0 - k)$, где $t \geq \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1}$. Отметим, что решение задача не имеет, когда $k<k_1$. При $k=k_1$, $t \geq 1$, при $k>k_1$, $t \geq \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1}$.

2. 3. Ресурс R_2 дефицитный, ресурс R_1 избыточный

Теперь положим, что только ресурс R_1 дефицитный. Он расходуется полностью, его остаток равен, а остаток ресурса R_2 больше нуля: y_1*=0, y_2*>0. Для всех ограничений задачи получаем, что y_2*=y_3*=y_4*=0, y_1*>0. Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений и неравенства:
$\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & > b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & = b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & = 0 \\ & x_2^* & = n \end{cases}$. Значение запаса ресурса R_2 равно b_{02}. Остаток ресурс R_2 равен y_1*=$b_1 - a_{11}n(\beta_0 + k_1)$. Для отношения запасов ресурсов β выполняется условие $\beta < \beta_1 \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1}$.

Так же, как и в пунктах 2. 1 и в 2. 2 оба ограничения двойственной задачи являются равенствами. Так как остаток ресурса R_1 не равен нулю, то его предельная полезность равна нулю (u_1*=0). Решение двойственной задачи определяется системой уравнений: $\begin{cases} a_{21}u_2^* \quad +u_3^* \qquad\quad = c_1 \\ a_{22}u_2^* \quad -\beta_0 u_3^* \quad +u_4^* \quad = c_2 \end{cases}$. Так же, как в пункте 2. 2, в первом уравнении выразим переменную u_3* и подставим её значение во второе уравнение. Из первого уравнения: $u_3^* = c_1 - a_{21}u_2^*$. Подставляем во второе уравнение: $a_{22}u_2^* - \beta_0(c_1 - a_{21}u_2^*) + u_4^* = c_2$. Выражаем u_4* через u_2*: $u_4^* = c_2 + c_1\beta_0 - a_{22}u_2^* - \beta_0 a_{21}u_2^*$. Так как $c_2 = kc_1$, то $u_4^* = c_1(\beta_0 + k) - u_2^*(a_{22} + a_{21}\beta_0) = c_1(\beta_0 + k) - a_{21}u_2^*(k_2 + \beta_0)$.

Положим, что оценка предельной полезности ресурса R_2 равна u_2*=$\frac{c_2 t}{a_{21}}$, тогда оценка влияния минимальной относительной нормы равна u_3*=$-c_1(t-1)$, где t≥1, а оценка влияния минимальной нормы выпуска продукции вида A_2 равна u_4*=$-c_1(t(\beta_0 + k_2) - \beta_0 - k)$, где $t \geq \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2}$. Отметим, что решение задача не имеет, когда $k<k_2$. При $k=k_2$, t≥1, при $k>k_2$, $t \geq \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2}$.

3. Производство продукции при влиянии только одного из двух факторов

Теперь перейдём к рассмотрению решения пары двойственных задач, когда влияет только один фактор, или минимальная относительная норма β_0, или минимальная норма n.

3.1. Производство продукции при влиянии только минимальной относительной нормы β_0 выпуска продукции вида A_1 к продукции вида A_2

Перейдём к рассмотрению производства, когда при оптимальном плане наблюдается влияние минимальной относительной нормы выпуска продукции A_1 по отношению к продукции A_2. Тогда третье ограничение в прямой задачи будет равенством (y_3*=0), откуда мы получим условие, что x_1*=$\beta_0 x_2$*. Так же как и в параграфе 2 просмотрим три варианта производства продукции: оба ресурса являются дефицитными, ресурс R_1 дефицитный, а ресурс R_2 избыточный, ресурс R_2 дефицитный, ресурс R_1 избыточный.

3.1. Оба ресурса дефицитные

Пусть оба ресурса дефицитные. Так же, как и в пункте 2. 1, они расходуются при оптимальном плане полностью, потому их остатки равны нулю: y_1*=y_2*=0. Для всех ограничений задачи получаем, что y_1*=y_2*=y_3*=0, y_4>0. Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений и неравенства:

$\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & = b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & = b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & = 0 \\ & x_2^* & > n \end{cases}$. Из третьего уравнения следует, что $x_1^*=\beta_0 x_2^*$. Подставим выражение для x_1^* в первое уравнение и найдём x_2^*: $a_{11}\beta_0 x_2^* + a_{12}x_2^* = b_1$. Получаем, что $x_2^* = \frac{b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$, так как $a_{12}=k_1a_{11}$. Теперь находим значение x_1^*: $x_1^* = \frac{\beta_0 b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$. Таким образом, оптимальным будет план: $X^*=\left(\frac{b_1\beta_0}{a_{11}(\beta_0+k_1)}; \frac{b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}\right)$. Подставим оптимальное решение во второе уравнение: $\frac{a_{21}\beta_0 b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)} + \frac{a_{22}b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)} = b_2$. Учитывая, что $a_{22}=k_2a_{21}$, $a_{21}=\beta_1 a_{11}$, $b_2=\beta b_1$, найдём условия для параметров уравнения. Получаем: $\beta b_1 = \frac{\beta_1\beta_0 b_1}{\beta_0+k_1} + \frac{\beta_1 k_2 b_1}{\beta_0+k_1}$. Вынося за скобки в правой части сомножители β_1 и b_1 и сокращая обе части уравнения на b_1, получаем, что полный расход обоих ресурсов возможен, если $\beta=\beta_1\frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1}$. Определим значение y_4^*: $y_4^* = n - \frac{b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)} = -\frac{b_1 - na_{11}(\beta_0+k_1)}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$. Отрицательность y_4^* означает, что $b_1 - na_{11}(\beta_0+k_1) > 0$. Последнее неравенство определяет, что запас ресурса R_1 больше b_{01} ($b_1>b_{01}$). Аналогично можно сказать и для ресурса R_2: запас ресурса R_2 больше b_{02} ($b_2>b_{02}$).

Вычислим максимальный доход предприятия: $Z_{max}= c_1\frac{b_1\beta_0}{a_{11}(\beta_0+k_1)} + c_2\frac{b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$. Так как $c_2=k_1c_1$, то $Z_{max}=\frac{b_1c_1(\beta_0+k)}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$.

Перейдём к решению двойственной задачи. Так как четвёртое ограничение прямой задачи при оптимальном плане является неравенством, то $u_4^*=0$. Объёмы выпускаемой продукции при оптимальном плане не равны нулю. Оба ограничения двойственной задачи являются равенствами: $\begin{cases} a_{11}u_1^* & +a_{21}u_2^* & +u_3^* & = c_1 \\ a_{12}u_1^* & +a_{22}u_2^* & -\beta_0 u_3^* & = c_2 \end{cases}$. В первом уравнении выразим переменную u_3^* и подставим её значение во второе уравнение. Из первого уравнения: $u_3^* = c_1 - a_{11}u_1^* - a_{21}u_2^*$. Подставим её значение во второе уравнение: $a_{12}u_1^* + a_{22}u_2^* - \beta_0(c_1 - a_{11}u_1^*c_1 - a_{21}u_2^*) = c_2$. Преобразуем уравнение: $u_1^*(a_{12}+\beta_0 a_{11}) + u_2^*(a_{22}+\beta_0 a_{21}) = c_2 + c_1\beta_0$. Так как $a_{12}=k_1a_{11}$, $a_{22}=k_2a_{21}$, $c_2=kc_1$, то $a_{11}u_1^*(k_1+\beta_0) + a_{21}u_2^*(k_2+\beta_0) = c_1(k+\beta_0)$. Положим, оценки u_1^* и u_2^* равны: $u_1^*=\frac{c_1(k+\beta_0)t}{a_{11}(k_1+\beta_0)}$, $u_2^*=\frac{c_1(k+\beta_0)(1-t)}{a_{21}(k_2+\beta_0)}$. Так как $u_1^*\geq 0$, то $t\geq 0$, а так как $u_2^*\geq 0$, то $1-t\geq 0$. Тогда значение параметра t лежит в пределах от нуля до единицы: $0 \le t \le 1$. Находим значение оценки влияния минимальной относительной нормы: $u_3^* = c_1 - a_{11}\frac{c_1(k+\beta_0)t}{a_{11}(k_1+\beta_0)} - a_{21}\frac{c_1(k+\beta_0)(1-t)}{a_{21}(k_2+\beta_0)} = c_1\left(1 - \frac{(k+\beta_0)t}{k_1+\beta_0} - \frac{(k+\beta_0)(1-t)}{k_2+\beta_0}\right)$ или $u_3^* = -c_1 \cdot \frac{k+\beta_0}{k_2+\beta_0}\left(\frac{k-k_2}{k+\beta_0} - t\cdot\frac{k_2-k_1}{k_1+\beta_0}\right)$, где $t \le \frac{k-k_2}{k_2-k_1}\cdot\frac{k_1+\beta_0}{k+\beta_0}$.

Найдём значение параметра t, когда $\frac{k-k_2}{k_2-k_1}\cdot\frac{k_1+\beta_0}{k+\beta_0} \le 1$. Из неравенства следует: $(k-k_2)(k_1+\beta_0) \le (k_2-k_1)(k+\beta_0) \rightarrow kk_1 + k\beta_0 - k_1k_2 - \beta_0k_2 \le kk_2 + k_2\beta_0 - k_1k - \beta_0k_1 \rightarrow 2kk_1 - kk_2 + k\beta_0 \le k_1k_2 + 2k_2\beta_0 - \beta_0k_1 \rightarrow k(2k_1 - k_2 + \beta_0) \le k_1k_2 + 2k_2\beta_0 - \beta_0k_1 \rightarrow k \le \frac{k_2(k_1+\beta_0)+\beta_0(k_2-k_1)}{k_1+\beta_0-(k_2-k_1)}$.

Сравним значение $\frac{k_2(k_1+\beta_0)+\beta_0(k_2-k_1)}{k_1+\beta_0-(k_2-k_1)}$ и k_2.

Если $\frac{k_2(k_1+\beta_0)+\beta_0(k_2-k_1)}{k_1+\beta_0-(k_2-k_1)} \ge k_2$, то $k_2(k_1+\beta_0)+\beta_0(k_2-k_1) \ge k_2\big(k_1+\beta_0-(k_2-k_1)\big)$. Из неравенства следует, что $\beta_0(k_2-k_1) \ge -k_2(k_2-k_1)$ или $(\beta_0+k_2)(k_2-k_1) \ge 0$. Последнее неравенство справедливо при $k_2>k_1$.

При $k<k_2$ задача решения не имеет, при $k>k_2$ параметры t удовлетворяет неравенству $0 \le t \le \frac{k-k_2}{k_2-k_1}\cdot\frac{k_1+\beta_0}{k+\beta_0}$, если $k \le \frac{k_2(k_1+\beta_0)+\beta_0(k_2-k_1)}{k_1+\beta_0-(k_2-k_1)}$, и неравенству $0 \le t \le 1$, если $k > \frac{k_2(k_1+\beta_0)+\beta_0(k_2-k_1)}{k_1+\beta_0-(k_2-k_1)}$.

3. 2. Ресурс R_1 дефицитный, ресурс R_2 избыточный

Рассмотрим, когда дефицитным при оптимальном плане является только один ресурс. Положим, что только ресурс R_1 дефицитный. Он расходуется полностью, его остаток равен нулю, а остаток ресурса R_2 больше нуля: $y_1^*=0$, $y_2^*>0$. Для всех ограничений задачи получаем, что $y_1^*=y_3=0$, $y_2^*>0$, $y_4^*<0$. Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений и неравенств: $\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & = b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & > b_2 \\ x_1^* & -\beta_0x_2^* & = 0 \\ & x_2^* & > n \end{cases}$. Как и в случае дефицитности двух ресурсов $x_1^*=\beta_0x_2^*$. Подставим выражение для x_1^* в первое уравнение и найдём x_2^*: $a_{11}\beta_0x_2^* + a_{12}x_2^* = b_1$. Получаем, что $x_2^* = \frac{b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$, так как $a_{12}=k_1a_{11}$, а x_1^* равно: $x_1^* = \frac{\beta_0b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$. Таким образом, оптимальным будет план: $X^* = \left(\frac{b_1\beta_0}{a_{11}(\beta_0+k_1)}; \frac{b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}\right)$. Найдём остаток ресурса R_2. Подставляем x_1^* и x_2^* в y_2^*: $y_2^* = b_2 - \frac{a_{21}b_1\beta_0}{a_{11}(\beta_0+k_1)} - \frac{a_{22}b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$. Так как $b_2=\beta b_1$, $a_{21}=\beta_1a_{11}$, а $a_{22}=k_2a_{21}$, то

y_2*= $b_1\left(\beta-\beta_1\frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1}\right)$. Для отношения запасов ресурсов β выполняется условие β> $\beta_1\frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1}$. Опять определяем значение y_4*: $y_4^*=n-\frac{b_1}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$= $-\frac{b_1-na_{11}(\beta_0+k_1)}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$. Отрицательность y_4* означает, что $b_1-na_{11}(\beta_0+k_1)>0$. Последнее неравенство определяет, что запас ресурса R_1 больше b_{01} (b_1> b_{01}). Оптимальный план при одном дефицитном ресурсе и при двух дефицитных ресурсах одинаковые. Поэтому и значение целевых функций будут одинаковыми: Z_{max}=$\frac{b_1c_1(\beta_0+k)}{a_{11}(\beta_0+k_1)}$.

Объёмы выпускаемой продукции не равны нулю. Оба ограничения двойственной задачи являются равенствами. Так как остаток ресурса R_2 не равен нулю, то его предельная полезность равна нулю (u_2*=0). Решение двойственной задачи определяется системой уравнений: $\begin{cases} a_{11}u_1^* & +u_3^* & =c_1 \\ a_{12}u_1^* & -\beta_0u_3^* & =c_2 \end{cases}$. В первом уравнении выразим переменную u_3* и подставим во второе уравнение. Из первого уравнения: $u_3^*=c_1-a_{11}u_1^*$. Подставляем во второе уравнение: $a_{12}u_1^*-\beta_0(c_1-a_{11}u_1^*)=c_2$. Находим u_1*: $a_{12}u_1^*+\beta_0a_{11}u_1^*=c_2+c_1\beta_0$. В левой части выносим за скобки $a_{11}u_1$*, а в правой части c_1: $a_{11}u_1^*(k_1+\beta_0)=c_1(k+\beta_0)$. Получаем, что оценка предельной полезности ресурса R_1 равна u_1*=$\frac{c_1}{a_{11}}\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1}$. Находим оценку u_3*: $u_3^*=c_1-a_{11}\cdot\frac{c_1}{a_{11}}\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1}$=$c_1\cdot\frac{\beta_0+k_1-\beta_0-k}{\beta_0+k_1}$=$-c_1\cdot\frac{k-k_1}{\beta_0+k_1}$. Так как оценка минимальной относительной нормы отрицательная, то $k\geq k_1$.

В частности, при k=k_1 решением двойственной задачи будут значения переменных: u_1*= $\frac{c_1}{a_{11}}$, u_2*=u_3*=u_4*=0, а максимальный доход предприятия равен Z_{max}=$\frac{b_1c_1}{a_{11}}$.

3. 3. Ресурс R_2 дефицитный, ресурс R_1 избыточный

Перейдём к случаю, когда дефицитный только ресурс R_2. Он расходуется полностью, его остаток равен нулю, а остаток ресурса R_1 больше нуля: y_2*=0, y_1*>0. Для всех ограничений задачи получаем, что y_2*=y_3=0, y_1*>0, y_4*<0. Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений и неравенств: $\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & >b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & =b_2 \\ x_1^* & -\beta_0x_2^* & =0 \\ & x_2^* & >n \end{cases}$. Всё также x_1*=β_0x_2*. Подставим выражение для x_1* во второе уравнение и найдём x_2*: $a_{21}\beta_0x_2^*+a_{22}x_2^*=b_2$. Получаем, что $x_2^*=\frac{b_2}{a_{21}(\beta_0+k_2)}$, так как a_{22}=k_2a_{21}. Значение x_1*

равно: $x_1^* = \frac{\beta_0 b_2}{a_{21}(\beta_0+k_2)}$. Оптимальным будет план: $X^*=\left(\frac{b_2\beta_0}{a_{21}(\beta_0+k_2)};\frac{b_2}{a_{21}(\beta_0+k_2)}\right)$. Найдём остаток ресурса R_1. Подставляем x_1^* и x_2^* в y_1^*: $y_1^*=b_1 - \frac{a_{11}b_2\beta_0}{a_{21}(\beta_0+k_2)} - \frac{a_{12}b_2}{a_{21}(\beta_0+k_2)}$. Так как $b_2=\beta b_1$, $a_{21}=\beta_1 a_{11}$, а $a_{12}=k_1 a_{11}$, то $y_1^*=b_2\left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta_1}\frac{\beta_0+k_1}{\beta_0+k_2}\right)$. Для отношения запасов ресурсов β выполняется условие $\beta<\beta_1\frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k_1}$. Определяем значение y_4^*: $y_4^* = n - \frac{b_2}{a_{21}(\beta_0+k_2)} = -\frac{b_2-na_{21}(\beta_0+k_2)}{a_{21}(\beta_0+k_2)}$. Отрицательность y_4^* означает, что $b_2 - na_{21}(\beta_0+k_2) > 0$. Последнее неравенство определяет, что запас ресурса R_2 больше b_{02} ($b_2>b_{02}$). Значение целевой функций равно: $Z_{max}=\frac{b_2c_1\beta_0}{a_{21}(\beta_0+k_2)} + \frac{b_2c_2}{a_{21}(\beta_0+k_2)}$. Отсюда следует, что $Z_{max}=\frac{b_2c_1(\beta_0+k)}{a_{21}(\beta_0+k_2)}$.

Всё также объёмы выпускаемой продукции не равны нулю. Оба ограничения двойственной задачи являются равенствами. Так как остаток ресурса R_1 не равен нулю, то его предельная полезность равна нулю ($u_1^*=0$). Решение двойственной задачи определяется системой уравнений: $\begin{cases} a_{21}u_2^* & +u_3^* & = c_1 \\ a_{22}u_2^* & -\beta_0 u_3^* & = c_2 \end{cases}$. Решаем систему уравнений, как и в п. 3. 2. Из первого уравнения: $u_3^* = c_1 - a_{21}u_2^*$. Подставляем во второе уравнение: $a_{22}u_2^* - \beta_0(c_1 - a_{21}u_2^*) = c_2$. Находим u_1^*: $a_{22}u_2^* + \beta_0 a_{21}u_1^* = c_2 + c_1\beta_0$. Тогда $a_{21}u_2^*(k_2+\beta_0) = c_1(k+\beta_0)$. Оценка предельной полезности ресурса R_2 равна $u_2^*=\frac{c_1}{a_{21}}\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2}$. Находим оценку u_3^*: $u_3^* = c_1 - a_{21}\cdot\frac{c_1}{a_{21}}\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} = c_1\cdot\frac{\beta_0+k_2-\beta_0-k}{\beta_0+k_2} = -c_1\cdot\frac{k-k_2}{\beta_0+k_2}$. Так как оценка минимальной относительной нормы отрицательная, то $k\geq k_2$.

В частности, при $k=k_2$ решением двойственной задачи будут значения переменных: $u_2^*=\frac{c_1}{a_{21}}$, $u_1^*=u_3^*=u_4^*=0$, а максимальный доход предприятия равен $Z_{max}=\frac{b_2c_1}{a_{21}}$.

3.2. Производство продукции при влиянии только минимальной нормы n выпуска продукции вида A_2

Теперь рассмотрим условия производства, когда при оптимальном плане влияет минимальная норма выпуска продукции A_2. это значит, что четвёртое ограничение в прямой задачи будет равенством ($y_4^*=0$). Объём выпуска продукции A_2 равен n ($x_2^*=n$). Опять рассмотрим три варианта производства продукции.

3.4. Оба ресурса дефицитные

Снова рассматриваем первый вариант: оба ресурса расходуются полностью, их остатки равны нулю: $y_1^*=y_2^*=0$. Для всех ограничений задачи получаем, что $y_1^*=y_2^*=y_4^*=0$, $y_3<0$. Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений и неравенства: $\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & = b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & = b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & > 0 \\ & x_2^* & = n \end{cases}$. Подставим x_2*=n в первое и второе уравнения и найдём x_1*: $a_{11}x_1^* + a_{12}n = b_1$ и $a_{21}x_1^* + a_{22}n = b_2$. Из этих уравнений $x_1^* = \frac{b_1 - a_{12}n}{a_{11}}$ и $x_1^* = \frac{b_2 - a_{22}n}{a_{21}}$.

Определяем условия для этого варианта производства: $\frac{b_1 - a_{12}n}{a_{11}} = \frac{b_2 - a_{22}n}{a_{21}}$. Преобразуем уравнение: $\frac{(b_1 - a_{12}n)a_{21}}{a_{11}} = b_2 - a_{22}n \ \rightarrow \beta_1(b_1 - a_{12}n) = \beta b_1 - a_{22}n \ \rightarrow a_{12}n(\beta_2 - \beta_1) = b_1(\beta - \beta_1) \rightarrow \beta - \beta_1 = \frac{a_{12}n(\beta_2 - \beta_1)}{b_1} \rightarrow \beta = \beta_1 + \frac{a_{12}n(\beta_2 - \beta_1)}{b_1}$. Итак вариант производства, когда минимальная норма продукции A_2 влияет на показатель эффективности и оба ресурса дефицитные, возможен только при $\beta = \beta_1 + \frac{a_{12}n(\beta_2 - \beta_1)}{b_1}$.

Определим значение y_3*: $y_3^* = -x_1^* + \beta_0 n = -\frac{b_1 - a_{12}n}{a_{11}} + \beta_0 n$. Получаем, что $y_3^* = -\frac{b_1 - a_{11}n(\beta_0 + k_1)}{a_{11}}$. Так как y_3* <0, то $b_1 - na_{11}(\beta_0 + k_1) > 0$. Выражение $na_{11}(\beta_0 + k_1)$ равно b_{01}, поэтому b_1> b_{01}. Аналогично можно сказать и для ресурса R_2: запас ресурса R_2 больше b_{02} (b_2>b_{02}).

Оптимальным будет план производства: X*=$\left(\frac{b_1 - a_{12}n}{a_{11}}\ ; n\right)$. Вычислим максимальный доход предприятия: $Z_{\max}$=$c_1\frac{b_1 - a_{12}n}{a_{11}} + c_2 n$. Получаем, что $Z_{\max}$=$c_1\left(\frac{b_1}{a_{11}} + n(k - k_1)\right)$.

Перейдём к решению двойственной задачи. Так как третье ограничение прямой задачи при оптимальном плане является неравенством, то u_3*=0. Объёмы продукции не равны нулю. Оба ограничения двойственной задачи являются равенствами: $\begin{cases} a_{11}u_1^* & +a_{21}u_2^* & & = c_1 \\ a_{12}u_1^* & +a_{22}u_2^* & +u_4^* & = c_2 \end{cases}$. Так как u_1*≥0 и u_2*≥0, то решением первого уравнения будет: u_1*=$\frac{c_1 t}{a_{11}}$, u_2*=$\frac{c_1(1-t)}{a_{21}}$. Выразим u_4* во втором уравнении и подставим значения u_1* и u_2*: $u_4^* = c_2 - a_{12}u_1^* - a_{22}u_2^* \ \rightarrow \ u_4^* = c_1 k - a_{12}\frac{c_1 t}{a_{11}} - a_{22}\frac{c_1(1-t)}{a_{21}} \ \rightarrow u_4^* = c_1 k - a_{12}\frac{c_1 t}{a_{11}} - a_{22}\frac{c_1(1-t)}{a_{21}} \rightarrow u_4^* = c_1 k - c_1 k_1 t - c_1 k_2(1-t) \ \rightarrow u_4^* = c_1\big(k - k_2 + t(k_2 - k_1)\big) \rightarrow u_4^* = -c_1\big(k_2 - k - t(k_2 - k_1)\big)$. Так как u_1*≥0, то t≥0, а так как u_2*≥0, то 1–t≥0. Тогда значение параметра t лежит в пределах от нуля до единицы: $0 \leq t \leq 1$. Так как u_4*≤0, то $k_2 - k - t(k_2 - k_1) \geq 0$. Из последнего неравенства получаем ещё одно условие на t: $t \leq \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$. Так как t≥0, то $k_2 - k \geq 0$ или $k \leq k_2$.

Найдём значение параметра t, когда $\frac{k_2-k}{k_2-k_1} \leq 1$. Из неравенства следует: $k_2 - k \leq k_2 - k_1 \rightarrow k \geq k_1$. Получаем, что при $k \leq k_1$ параметр t удовлетворяет условию $0 \leq t \leq 1$, а при $k_1 < k \leq k_2$ для t: $0 \leq t \leq \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$. При k>k_2 задача решения не имеет.

3.5. Ресурс R_1 дефицитный, ресурс R_2 избыточный

Опять, пусть дефицитным является только ресурс R_1. Схема решения пары двойственных задач такая же, как в п. 2. 2 и 3. 2. Ресурс R_1 расходуется полностью, его остаток равен нулю, а остаток ресурса R_2 больше нуля: y_1*=0, y_2*>0. Для всех ограничений задачи получаем, что y_1*=y_4=0, y_2*>0, y_3*<0.

Оптимальный план удовлетворяет системе уравнений и неравенств: $\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & = b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & > b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & > 0 \\ & x_2^* & = n \end{cases}$. Подставим выражение для x_2*=n в первое уравнение и найдём x_1*: $a_{11}x_1^* + a_{12}n = b_1$. Получаем, что $x_1^* = \frac{b_1-a_{12}n}{a_{11}}$.

Оптимальным будет план: X*=$\left(\frac{b_1-a_{12}n}{a_{11}}; n\right)$. Найдём остаток ресурса R_2. Подставляем x_1* и x_2* в y_2*: y_2*=$b_2 - a_{21}\frac{b_1-a_{12}n}{a_{11}} - a_{22}n$. Так как b_2=βb_1, a_{21}=$\beta_1 a_{11}$, а a_{22}=$k_2 a_{21}$, то y_2*=$\beta b_1 - \beta_1 b_1 - a_{21}\frac{a_{12}n}{a_{11}} - a_{22}n$. Преобразуем правую часть: y_2*=$\beta b_1 - \beta_1 b_1 - a_{12}n(\beta_2 - \beta_1) \rightarrow$ y_2*=$b_1(\beta - \beta_1) - a_{12}n(\beta_2 - \beta_1)$. Так как y_2*>0, то $b_1(\beta - \beta_1) > a_{12}n(\beta_2 - \beta_1) \rightarrow \beta - \beta_1 > \frac{a_{12}n(\beta_2-\beta_1)}{b_1}$. В итоге, для коэффициента β выполняется условие: $\beta > \beta_1 + \frac{a_{12}n(\beta_2-\beta_1)}{b_1}$.

Как и в п. 3. 1 отрицательность y_3* означает, что b_1> b_{01} и b_2>b_{02}. Значение целевой функции равно: Z_{max}=$c_1 \cdot \frac{b_1-a_{12}n}{a_{11}} + c_2 n$=$c_1 \cdot \frac{b_1}{a_{11}} - k_1 c_1 n + k c_1 n$=$c_1\left(\frac{b_1}{a_{11}} + n(k - k_1)\right)$. Получаем, что Z_{max}=$c_1\left(\frac{b_1}{a_{11}} + n(k - k_1)\right)$.

Всё также оба ограничения двойственной задачи являются равенствами. Как и в п. 3. 2 остаток ресурса R_2 не равен нулю, его предельная полезность равна нулю (u_2*=0). Решение двойственной задачи определяется системой уравнений: $\begin{cases} a_{11}u_1^* & & = c_1 \\ a_{12}u_1^* & +u_4^* & = c_2 \end{cases}$. Из первого уравнении находим u_1* и подставляем во второе уравнение: $u_1^* = \frac{c_1}{a_{11}}$. Подставляем во второе уравнение: $a_{12}\frac{c_1}{a_{11}} + u_4^* = c_2$. Находим u_4*: $u_4^* = c_1k - c_1k_1 \rightarrow u_4^* = c_1(k - k_1) \rightarrow u_4^* = -c_1(k_1 - k)$. Оценка u_4* отрицательная, потому $k_1 - k \geq 0$. Отсюда получаем условие на коэффициент k: $k \leq k_1$.

В частности, при $k=k_1$ решением двойственной задачи будут значения переменных: u_1*= $\frac{c_1}{a_{11}}$, u_2*=u_3*=u_4*=0, а максимальный доход предприятия равен $Z_{max}=\frac{b_1c_1}{a_{11}}$.

3. 6. Ресурс R_2 дефицитный, ресурс R_1 избыточный

Теперь ресурс R_2 избыточный. он расходуется полностью, его остаток равен нулю, а остаток ресурса R_1 больше нуля: y_2*=0, y_1*>0. Для всех ограничений задачи получаем, что y_2*=y_4=0, y_1*>0, y_3*<0.

Системе уравнений и неравенств имеет вид: $\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & > b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & = b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & > 0 \\ & x_2^* & = n \end{cases}$. Подставим выражение для x_2*=n во второе уравнение: $a_{21}x_1^* + a_{22}n = b_2$. Получаем, что $x_1^* = \frac{b_2 - a_{22}n}{a_{21}}$. Оптимальным будет план: X*= $\left(\frac{b_2-a_{22}n}{a_{21}}; n\right)$. Остаток ресурса R_1: y_1*= $b_1 - a_{11}\frac{b_2-a_{22}n}{a_{21}} - a_{12}n$. Получаем, что y_1*= $b_1 - \frac{b_2}{\beta_1} + a_{11}\frac{a_{22}n}{a_{21}} - a_{12}n$. Преобразуем правую часть: y_1*= $b_1 - \frac{\beta}{\beta_1}b_1 + \frac{a_{22}n}{\beta_1} - a_{12}n \rightarrow$ y_1*= $b_1 \cdot \frac{\beta_1 - \beta}{\beta_1} + a_{22}n \cdot \left(\frac{1}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_2}\right) \rightarrow$ y_1*=$\frac{b_1}{\beta_1}\left(\beta_1 - \beta + a_{22}n \cdot \frac{\beta_2 - \beta_1}{b_1\beta_2}\right)$. Так как y_1*>0, то $\beta - \beta_1 < \frac{a_{22}n}{b_1}(\beta_2 - \beta_1)$. Получаем, что $\beta > \beta_1 + \frac{a_{12}n(\beta_2-\beta_1)}{b_1}$.

Максимальный доход предприятия равен $Z_{max}=\frac{c_1}{a_{21}} \cdot b_2 - c_1n(k_2 - k)$.

Решаем двойственную задачу. Оба ограничения являются равенствами. Как и в п. 3. 3 остаток ресурса R_1 не равен нулю (u_1*=0). Составляем систему уравнений: $\begin{cases} a_{21}u_2^* & & = c_1 \\ a_{22}u_2^* & +u_4^* & = c_2 \end{cases}$. Из первого уравнения u_2* равно: $u_2^* = \frac{c_1}{a_{21}}$. Подставляем во второе уравнение: $a_{22}\frac{c_1}{a_{21}} + u_4^* = c_2$. Находим u_4*: $u_4^* = c_1(k - k_2) \rightarrow u_4^* = -c_1(k_2 - k)$. Оценка u_4* отрицательная, потому $k_2 - k \geq 0$. Отсюда получаем условие на коэффициент k: $k \leq k_2$.

В частности, при $k=k_2$ решением двойственной задачи будут значения переменных: u_2*= $\frac{c_1}{a_{21}}$, u_1*=u_3*=u_4*=0, а максимальный доход предприятия равен $Z_{\max}=\frac{b_2c_1}{a_{21}}$.

4. Производство продукции без влияния факторов

Перейдём к производству, когда на оптимальный план влияет только расход ресурсов. Тогда влияния минимальной относительной нормы выпуска продукции A_1 по отношению к A_2 нет, а также влияния минимальной нормы производства продукции A_2. В этом случае значения дополнительных переменных прямой задачи третьего и четвёртого ограничений будут строго меньше нуля: y_3*<0, y_4*<0. Оптимальное решение будет определяться системой уравнений: $\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & = b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & = b_2 \end{cases}$, когда оба ресурса дефицитные. Решением этой системы уравнений будет $X^*=\left(\frac{k_2\frac{b_1}{a_{11}}-k_1\frac{b_2}{a_{21}}}{k_2-k_1};\frac{\frac{b_2}{a_{21}}-\frac{b_1}{a_{11}}}{k_2-k_1}\right)$. Учитывая, что объёмы продукции должны быть положительными, получим условия на коэффициент задачи: $\frac{k_2\frac{b_1}{a_{11}}-k_1\frac{b_2}{a_{21}}}{k_2-k_1} \geq 0$ и $\frac{\frac{b_2}{a_{21}}-\frac{b_1}{a_{11}}}{k_2-k_1} \geq 0$. Решаем первое неравенство. Так как $k_2 \geq k_1$, то $k_2\frac{b_1}{a_{11}} - k_1\frac{b_2}{a_{21}} \geq 0 \rightarrow \frac{a_{22}}{a_{21}} \cdot \frac{b_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} \cdot \frac{\beta b_1}{a_{21}} \geq 0 \rightarrow \frac{a_{12}}{a_{21}} \cdot \frac{b_1}{a_{11}} \cdot (\beta_2 - \beta) \geq 0 \rightarrow \frac{a_{12}}{a_{21}} \cdot \frac{b_1}{a_{11}} \cdot (\beta_2 - \beta) \geq 0 \rightarrow \frac{a_{12}}{a_{21}} \cdot \beta_2 - \beta \geq 0 \rightarrow \beta \leq \beta_2$. Решаем второе неравенство: $\frac{b_2}{a_{21}} - \frac{b_1}{a_{11}} \geq 0 \rightarrow \frac{\beta b_1}{a_{21}} - \frac{b_1}{a_{11}} \geq 0 \rightarrow \frac{b_1}{a_{21}} \cdot (\beta - \beta_1) \geq 0 \rightarrow \beta - \beta_1 \geq 0 \rightarrow \beta \geq \beta_1$. Таким образом, для отношения запасов ресурсов β должно выполняться условие $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_2$.

Учтём строгость третьего и четвёртого условия: $x_1^* - \beta_0 x_2^* > 0$ и $x_2^* > n$. Из этих неравенств следует, что $x_2^* > n > 0$, $x_1^* > \beta_0 x_2^* > \beta_0 n > 0$. Так как $x_2^* > 0$, $x_1^* > 0$, то $\beta_1 < \beta < \beta_2$. Кроме этого отрицательность y_3* и y_4* означает, что $b_1 > b_{01}$ и $b_2 > b_{02}$.

Вычислим максимальный доход предприятия, он равен:

$Z_{\max}=c_1 \cdot \left(\frac{b_1}{a_{11}}(k_2 - k) + \frac{b_2}{a_{21}}(k - k_1)\right)$.

Решаем двойственную задачу. Так как третье и четвёртое ограничения прямой задачи при оптимальном плане являются неравенствами, то u_3*=0 и u_4*=0. Объёмы продукции не равны нулю. Оба ограничения двойственной задачи являются равенствами: $\begin{cases} a_{11}u_1^* & +a_{21}u_2^* & = c_1 \\ a_{12}u_1^* & +a_{22}u_2^* & = c_2 \end{cases}$. Найдём u_1*, умножив первое уравнение на a_{22}, второе уравнение на a_{21}, вычитая из второго уравнения первое: $a_{21}a_{12}u_1^* - a_{22}a_{11}u_1^*$ $=a_{21}c_2 - a_{22}c_1 \rightarrow (a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22})u_1^* = a_{21}c_1k - a_{22}c_1 \rightarrow a_{21}a_{11}(k_1 - k_2)u_1^* = c_1a_{21}(k - k_2)$ $\rightarrow u_1^* = \frac{c_1}{a_{11}} \cdot \frac{k-k_2}{k_1-k_2} = \frac{c_1}{a_{11}} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$. Теперь найдём u_2^*, умножив первое уравнение на a_{12}, второе уравнение на a_{11}, также вычитая из второго уравнения первое: $a_{11}a_{22}u_2^* - a_{21}a_{12}u_2^* = a_{11}c_2 - a_{12}c_1 \rightarrow (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})u_2^* = a_{11}c_1k - a_{12}c_1 \rightarrow a_{21}a_{11}(k_2 - k_1)u_2^* = c_1a_{11}(k - k_1) \rightarrow u_2^* = \frac{c_1}{a_{21}} \cdot \frac{k-k_1}{k_2-k_1}$. Так как $u_1^* \geq 0$ и $u_2^* \geq 0$, то значение k удовлетворяет условию k_1 ($k_1 \leq k \leq k_2$).

Таким образом, решение пары двойственных задач существует при $k_1 \leq k \leq k_2$, решение двойственной задачи: $u_1^* = \frac{c_1}{a_{11}} \cdot \frac{k_2-k}{k_2-k_1}$, $u_2^* = \frac{c_1}{a_{21}} \cdot \frac{k-k_1}{k_2-k_1}$, $u_3^* = u_4^* = 0$.

5. Условия неразрешимости пары двойственных задач

Рассмотрим вопрос условий производства, при котором не возможен выпуск продукции, чтобы выполнялись все ограничения использования ресурсов и влияния факторов. Посмотрим, каким условиям должны удовлетворять параметры задачи b_1, b_2, β_0 и n в этом случае. Из постановки задачи об использовании ресурсов предполагается, что параметры задачи удовлетворяют условиям: $b_1>0$, $b_2>0$, $\beta_0>0$, $n>0$.

Задача описывается системой условий: $\begin{cases} a_{11}x_1^* & +a_{12}x_2^* & \leq b_1 \\ a_{21}x_1^* & +a_{22}x_2^* & \leq b_2 \\ x_1^* & -\beta_0 x_2^* & \geq 0 \\ & x_2^* & \geq n \end{cases}$.

Пусть выполняется ограничение на минимальную норму производства продукции A_2: $x_2 \geq n$. Тогда из условия влияния минимальной относительной нормы производства продукции A_1 по отношению к A_2 получаем: $x_1 - \beta_0 x_2 \geq 0 \rightarrow x_1 \geq \beta_0 x_2 \rightarrow x_1 \geq \beta_0 x_2 \geq \beta_0 n$. Переменные задачи удовлетворяют условиям: $x_1 \geq \beta_0 n$ и $x_2 \geq n$. Тогда первое и второе ограничения по использованию ресурсов определяют следующие условия: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$, $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \rightarrow a_{11}\beta_0 n + a_{12}n \leq \leq a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1$, $a_{21}\beta_0 n + a_{22}n \leq a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \rightarrow a_{11}n(\beta_0 + k_1) \leq b_1$, $a_{21}n(\beta_0 + k_2) \leq b_2$.

Таким образом, для производства продукции в условиях влияния факторов производства должны выполняться необходимые ограничения на параметры задачи: $a_{11}n(\beta_0 + k_1) \leq b_1$ и $a_{21}n(\beta_0 + k_2) \leq b_2$.

Достаточность определяется тем фактом, что задача о использовании ресурсов исходной задачи без влияния факторов всегда разрешима, а максимальное значение целевой функции задачи с дополнительными ограничениями не превосходит максимального значения целевой функции без дополнительных ограничений. Для достаточности выполнения условий на параметры решаемой задачи нужно показать лишь, что есть план выпуска продукции, при котором производство удовлетворяет всем ограничениям исходной задачи. А это план $X(\beta_0 n, n)$.

Отметим, что при фиксированных значениях запасов b_1и b_2 соответственно ресурсов R_1 и R_2. Условие разрешимости задачи будут определяться неравенствами для параметров β_0 и n: $n(\beta_0+k_1)\leq b_1/a_{11}$ и $n(\beta_0+k_2)\leq b_2/a_{21}$.

Итак, при заданных значениях параметров β_0 и n запасы ресурсов должны удовлетворяют условиям: $b_1\geq a_{11}n(\beta_0+k_1)$ и $b_2\geq a_{21}n(\beta_0+k_2)$. А при заданных значения запасов ресурсов b_1и b_2 минимальная относительная норма производства продукции A_1 по отношению к A_2 β_0 и минимальная норма производства продукции A_2 n удовлетворяют условиям: $n(\beta_0+k_1)\leq b_1/a_{11}$ и $n(\beta_0+k_2)\leq b_2/a_{21}$.

5. Выводы

Задачу об использовании ресурсов с учётом влияния минимальной относительной нормы выпуска продукции одного вида к другому и минимальной нормы производства второго вида можно решать по влиянию факторов: влияют оба фактора, влияет относительная норма, абсолютная нет, влияет абсолютная норма, относительная нет, оба не влияют на оптимальное производство.

Каждый вариант влияния факторов предусматривает различные статусы ресурсов: оба дефицитные, один дефицитный, один нет. В задаче с минимальными нормами оба ресурса избыточными быть не могут. Задача не имеет решение при условии, когда не выполняется одно из ограничений: $a_{11}n(\beta_0+k_1)\leq b_1$ или $a_{21}n(\beta_0+k_2)\leq b_2$.

Решение задачи в особых случаях решения двойственной задачи могут иметь множество решений в прямой задаче, которые в данной работе не рассматривались. эти решения приводят к различным условиям влияния факторов. Данные исследования могут быть дальнейшим направлением изучения влияния факторов на производство продукции.

Библиографический список

1. О. В. Мамонов, А. В. Конюхова. Влияния технологических факторов производства в случае использования двух ресурсов / Теория и практика современной аграрной науки: сб. национальной (всероссийской) научной конференции (г. Новосибирск, 20 февраля 2018 г.) / Новосиб. гос. аграр. ун-т. – Новосибирск: ИЦ «Золотой колос», 2017. – 903 с.

2. О. В. Мамонов. Анализ использования двух ресурсов предприятия с двумя видами продукции с помощью графического способа решения задачи линейного программирования: Агропродовольственная экономика: научно-практический электронный журнал. Нижний Новгород: НОО «Профессиональная наука» - No10 - 2016. – 7-42 с.

3. О. В. Мамонов, Р. В. Луцик. Пример расчёта оценки влияния спроса на доход предприятия с двумя ресурсами: сб. трудов научно-практической конференции преподавателей, студентов, магистрантов и аспирантов Новосибирского государственного аграрного университета (г. Новосибирск, 16-17 октября 2017 г.), выпуск 2. / Новосиб. гос. аграр. ун-т. – Новосибирск: ИЦ «Золотой колос», 2017. – 365 с.

4. О. В. Мамонов, С. В. Егорова, А. А. Пугачёва. Влияние спроса продукции двух видов и запаса ресурса на эффективность производства/ Теория и практика современной аграрной науки: сб. национальной (всероссийской) научной конференции (г. Новосибирск, 20 февраля 2018 г.) / Новосиб. гос. аграр. ун-т. – Новосибирск: ИЦ «Золотой колос», 2017. – 903 с.

5. О. В. Мамонов, А. В. Конюхова. Определение зависимости предельной полезности ресурса и оценок влияния факторов производства от минимальной нормы производства второго вида продукции: сб. трудов научно-практической конференции преподавателей, студентов, магистрантов и аспирантов Новосибирского государственного аграрного университета (г. Новосибирск, 16-17 октября 2017 г.), выпуск 2. / Новосиб. гос. аграр. ун-т. – Новосибирск: ИЦ «Золотой колос», 2017. – 365 с.

6. Р.Ш. Хуснутдинов. Экономико-математические методы и модели: Учебное пособие - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 224 с., 500 экз.

7. Экономико-математические методы в примерах и задачах: Учеб. пос. / А.Н. Гармаш, И.В.Орлова, Н.В.Концевая и др.; Под ред. А.Н.Гармаша - М.: Вуз. уч.: НИЦ ИНФРА-М, 2014 - 416с., 700 экз.

8. Экономическая теория. Микроэкономика: Учебник/ Под ред. Г. П. Журавлёвой - ИТК «Дашков и К, 2014. - 914 с.

9. В. В. Федосеев. Экономико-математические модели и прогнозирование рынка труда: Учеб. пособие - 2-е изд., доп. и испр. - М.: Вузовский учебник, 2010. - 144 с., 500 экз.

Электронное научное издание

АГРОПРОДОВОЛЬСТВЕННАЯ ЭКОНОМИКА

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ЖУРНАЛ

№ 3/2018

По вопросам и замечаниям к изданию, а также предложениям к сотрудничеству обращаться по электронной почте mail@scipro.ru

Подготовлено с авторских оригиналов

ISSN 2412-2521

Усл. печ. л. 1,9.
Объем издания 0,8 MB
Издание: Международный научно-практический электронный журнал Агропродовольственная экономика
(Agro production and econimics journal)
Учредитель, главный редактор: Краснова Н.А.

Издательство Индивидуальный предприниматель Краснова Наталья Александровна
Адрес редакции: Россия, 603186, г. Нижний Новгород, ул. Ломоносова 9, офис 309, Тел.: +79625087402
Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзором) за номером ЭЛ № ФС 77 — 67047